心理学データ解析応用 1 詳細シラバス

担当：小杉考司

Last Compiled on 2024.4.30

目次

はじめに

昨今はデータサイエンス，情報科学の領域が非常に隆盛で，コンピュータを使ってデータを分析し，経済の動向や購買行動などの予測に用いられることが広く行われている。

人の行動や考え方をどのようにデータにするかについては，当然ながら心理学には一日の長がある。また，人が頭の中でどのような考え方のプロセスをたどるのか，それをどのように検証するのかについても，心理学はその短い歴史の中で徹底的にその技法を洗練させてきた。このような根源的なレベルでの理論や方法論は時代が変わっても色褪せることなく，また今後ますます必要とされてくる時代になっている。

本講ではデータ解析の応用段階として，より実践的なテーマを扱う。すなわち，**心理尺度が作られる理論的背景**と，**データの背後のメカニズムを解析する方法**を知ることである。前期配当の心理学データ解析応用 1(旧カリキュラム名心理学データ解析 2A) では前者の，心理尺度に関する理論的背景について学ぶ。

心理学研究法の 1 つとして，調査研究がある。紙とペンで回答を集めた時，回答者がある反応カテゴリにまるをつけたことが，どうして数値処理の対象になるのか。そこには数字を割り振るルールとしての「尺度化」の手続きがある。残念ながら応用的側面が発展しすぎたため，回答に数字を割り振る原理について語られることが少なくなってきてしまい，それに対する反動からか，近年改めてこの根本原理についての理解と解説が求められている。この講義では，尺度化の原理や目に見えない潜在変数を想定して分析するとはどういうことかについて，理論と演習を交えながら習得することを目指す。この理論的側面を考えるためには，どうしても線形代数・行列計算の知識が必要になってくる。線形代数については特別な事前知識は不要で，定義から改めて解説するので安心してもらいたい。

授業のテーマ

データから意味のある情報を取り出すための，さまざまな分析法を習熟するにあたって，その背後にあって語られることのない「発想」の観点から理解する。数値だけに振り回される状態から脱却し，数値を算出する数式に込められた意味について考える視点を持つ。さらにこれらに習熟することで，どのような研究対象に対してどのような心理統計的アプローチができるかを，俯瞰的に見られるようになろう。

前記を通じて伝えたいポイント

尺度化とは何か　心理学で行われるアンケート調査やその後の分析はどういう原理があって「心を測定した」といえるのか。その原理やモデルを理解して利用できるようになる。

多変量解析から何がわかるのか　調査研究などで得られた多変量を分析することで何がわかるのか。あるいは何をしてわかったというのか。

多変量解析の基礎となる数式的原理　多変量解析の背景にあるのは線形代数という数学であり，線形代数の基礎を学ぶことで多変量解析のメカニズムを統合的に理解できる。

1 イントロダクション

1.1 授業内容

1.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

この講義の位置付けは，基礎的な心理統計の学習は終わった後の応用的内容となる。基礎的な内容として，確率の基本的な考え方，線形モデル (回帰分析，群間の平均値差の検討)，さまざまな推定法による母数の推定と検定の考え方を理解しているものとする。これに基づいての応用であるから，扱うデータも単変量ではなく多変量であるし，数学的には行列表現を用いることになる。これらを使って，回帰分析や因子分析の数理的理解を目指す。このコマではこの講義によって扱われる領域を外観するとともに，基礎的な内容で扱ったものがしっかりと定着しているかどうかを確認することを目的とする。

1.1.2 コマ主題細目

正規線形モデルの世界　単変量ではなく多変量を扱う統計の領域に入るので，多変量データとはどのようなものであるかに言及した上で，本講義の扱う領域を概観する。心理統計の応用的分野では，正規分布を仮定した線形モデルがその大半を占めている。正規線形モデルに含まれるさまざまな下位モデルの名称を紹介するとともに，構造方程式モデリングに統合されることや，非線形なモデルとの違いについて理解する。加えて正規分布ではない分布を扱うモデルも増えてきている昨今，これらについてのモデリングアプローチの存在についても講義する。

→ 正規線形モデルの枠組みについては，三中 (2018) 参照。

尺度の四水準　心理統計の基礎で触れたが，データ化として扱う数値はその尺度水準によってどのような計算が可能かということに違いが生じる。このことは，そのまま分析モデルや名称の違いに繋がるため，改めて名義，順序，間隔，比率の 4 水準を確認しておく。

→ Stevens (1946) の論文は短く，ネットで読むこともできる。入門書としては川端・荘島 (2014) の Pp.9–16，あるいは山田・村井 (2004) の Pp.22-25.

平均と分散　間隔尺度水準以上の数字であれば，平均値や分散，標準偏差によってその特徴を要約できる。ここではこれらの代表値の表記について，数学的記号とともに確認する。加えて，分散式を展開して表現したものや，分散がデータから得られる情報の上限であることを確認する。

共分散と相関係数　共分散やそれを標準化した相関係数は，複数の変数間関係を表現する最もシンプルなものの 1 つである。ここではこれらの複数の変数間に関わる代表値について，数学的記号とともに確認する。加えて，この他の関係の表現方法として，距離や共頻度などの共変量について解説し，それらの違いに応じて統計モデルが変わりうることを確認する。

→ 記述統計量については川端・荘島 (2014) の Pp.26-33 など基礎的な心理統計の教科書を参照すると良い。

1.1.3　キーワード

- 正規線形モデル
- 尺度水準
- 平均と分散
- 共分散と標準偏差

1.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

1.2.1　予習・復習課題

■予習　心理統計の基礎について，今一度基礎的なテキストを参照しながら，自分の理解度を再確認しておくと良い。とくに尺度水準や記述統計量の計算方法などは今後この講義でも頻出するので，確認しておく必要がある。

■復習　数式の展開を踏まえて理解しておくとともに，実際のデータを使ってて計算しながら確認すると良い。とくに分散は二乗のオーダーになるので元の単位に比べて大きな数字になること，標準化のプロセスや相関係数の大きさなど，逐一確認しておくべきである。

2 心理尺度を作る

2.1 授業内容

2.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

目に見えないものを測定するために心理学が洗練してきた手法が，心理尺度である。心理尺度の作成方法としてサーストン法，リッカート法，SD 法などがあり，心理学の初頭コースで習うものも少なくないが，その本質は反応カテゴリに数値を割り当てる，というところにある。「そう思わない」「ややそう思わない」などといったカテゴリーに対する反応が，なぜ 5 や 4 といった数字にすることが許されるのか。カテゴリカルな反応が連続的な量として扱うことができる理由などについて，よく知られていない現実がある。この点をしっかり理解しないまま進んだ分析を行うと，結果の解釈はもちろんそもそもの研究が足元から崩壊することにもなりかねない。本講義ではこの点について，作成方法から数値化まで一通り確認し，最後に心理尺度の評価基準である信頼性と妥当性について理解する。

2.1.2 コマ主題細目

サーストンの等現間隔法 サーストン法と呼ばれる尺度構成法は，態度とよばれる心理学的特性を仮定している。この態度は対象，符号，強度をもち，正規分布すると仮定されている。個々人の態度を測定するために，事前に評定者集団を用意して項目を採点しておく必要がある。そこで評定値に等間隔性を持たせる工夫をしているため，態度の数値化ができるという原理を理解する。

→ サーストン法による尺度作成については末永 (1987) の Pp.149–152 参照。

リッカートのシグマ法 リッカート法は最もよく使われるスタイルの心理尺度である。カテゴリーに無頓着に数字を割り振る慣例がみられるが，本来は潜在的態度が正規分布することを想定し，確率分布の確率点を得点とする方法であった。このような数値化がされているからこそ，順序尺度ではなく間隔尺度水準と「見なす」ことが許されてきているのである。この原理を理解しておくことは，後のより進んだ尺度作成法を理解する助けになる。

→ リッカート法による尺度作成については，宮谷他 (2009) の Pp.150–153 を参照。ただしシグマ法についての言及はなく，田中 (1977) などの古典を当たらねばならない。

心理尺度の問題点 ここまで見てきたように，心理尺度の基本は社会的態度に関する測定であった。社会的態度や性格特性にたいして正規分布することを仮定するから数値化が可能なのであり，単に 5-7 段階の目盛を割り振ったものを尺度と呼ぶものではない。心理尺度の乱用とその問題点に言及し，心理尺度を作ることができる限界についての理解を深める。

2.1.3 キーワード

- サーストンの等現間隔法
- リッカートのシグマ法
- 信頼性と妥当性
- 心理尺度の限界

2.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

2.2.1 予習・復習課題

■予習 基礎実習で尺度作成法や尺度の分析をしたことがあれば，その時の資料を再確認しておく。とくに反応カテゴリをどのように採点したか，また尺度の評価どのように行ったかを確認する。とくに尺度作成の経験がない場合は，関連書籍宮谷他 (2009) を参考に方法論を予習しておくことが望ましい。

■復習 IT 相関やアルファ係数は統計環境 R で簡単に計算できる。とくに psych パッケージにはこれらの関数がすでに準備されている。サンプルデータを使ってこれらを計算してみよう。

3　テスト理論と因子分析

3.1　授業内容

3.1.1　科目の中でのこのコマの位置づけ

目に見えないものを測定するという意味で，テスト理論は心理学の測定と関係が深い。前回は社会心理学における態度の測定を前提に議論したが，測定に関してはテスト理論で一般的に議論できる。

真のスコアと誤差とに分解すること，誤差の基本的な仮定を確認した上で，古典的テスト理論を項目と被験者の特性に分割することで因子分析モデルに展開されるところを見る。また，多因子モデルに拡張した上で，その数理的展開から，信頼性と妥当性に言及できることを確認する。数式の展開は代数の基本的な特徴を確認すれば問題なくフォローできるはずである。

3.1.2　コマ主題細目

古典的テスト理論と信頼性の導出　古典的テスト理論についての復習である。その基本モデルについて触れ，その平均値と分散が意味するところから測定モデルの意味するところ（誤差が相殺しあうこと）と信頼性の定義が導出できることを改めて確認しておく。

→ 心理尺度の信頼性については，末永 (1987) の Pp.156–158，妥当性については Grimm・Yarnold (2001 小杉他訳 2016) の第 4 章も参照。

因子分析モデル　因子分析モデルは，古典的テスト理論のモデルを拡張したものである。まずは単因子モデルを例に，項目特性と被験者特性が分離されたことを確認する。その上で，性格検査や知能検査などの歴史に触れながら，多因子モデルについて解説する。多因子モデルを例に記号や添字を確認しておく。

→ 小杉 (2018) の Pp.173–177

因子分析の第 2 定理　因子分析モデルを展開することで，相関係数が因子負荷量の積和で表現できること，因子得点がその仮定から計算上消えることを確認する。得られた指揮は因子分析の第二定理と呼ばれ，妥当性に関する議論がここから導かれることをみる。

因子分析の第 1 定理　ある項目自身の相関係数を考えることで，因子分析の第一定理にたどり着く。ここで共通因子の二乗和を共通性と呼ぶことにすると，信頼性の考え方が項目レベルで行われるように発展したことが確認できる。

→ 小杉 (2018) の Pp.173–177

3.1.3　キーワード

- 古典的テスト理論
- 因子分析法
- 因子分析の定理

3.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

3.2.1　予習・復習課題

■予習　一年時に信頼性・妥当性について，あるいは古典的テスト理論について学んだことを復習し，どのような概念であったかを再確認しておくことが望ましい。

■復習　テスト理論と因子分析モデルの関係について，因子分析モデルはどこが新しく何を改定しようとしたのかについて，自分なりの言葉で説明できるようになろう。

4 現代テスト理論

4.1 授業内容

4.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

テストの理論も目に見えないものを測定するという意味では，心理学と同じモデルを実践する領域である。心理学的尺度作成法の発展には，テスト業界における理論的展開の位置付けを知ることが役に立つ。

因子分析によって項目と被験者の特徴を分離して考えることができるようになった。ここで学力テストに目を向けると，単因子でよいことと従属変数がバイナリになっていることがわかる。

この特殊な測定法についてのモデルを考えるために，まずは通過率の概念を導入したうえで，累積正規分布とその近似としてのロジスティック曲線，および 1,2,3PL モデルを紹介する。これらのテストは新しいテスト理論とよばれるが，それはこれまでのテスト理論に含まれていた集団に依存した測定であったこと，完全データに限定されていたことなどを乗り越えられるからである。もちろんテストの等価がしやすいという側面もある。

テスト理論の展開としての項目反応理論と，因子分析モデルとの相同性を強調することで，見えないものを測定しようとするアプローチという意味では同じであったことを確認する。

4.1.2 コマ主題細目

因子分析とテスト理論 単因子モデルの特殊事例として，学力テストの例を考える。学力テストの性質から，因子構造よりも因子得点に注目するという強調点の違いはあるが，因子分析モデルの一環として捉えることを強調する。

→ 高橋 (2002) は最も平易なテスト及び現代テスト理論への入門書である。最初の数ページだけでも参考になる。

通過率と累積正規分布 学力テストの分析例として，通過率の計算から累積正規分布へとつなげる。累積正規分布をそのまま確率モデルに繋げてもよいが，ロジスティック曲線を使う方が関数の形が簡単であり，こちらの方が実際には使い勝手が良い。ベルヌーイ分布を用いた線形回帰モデルの文脈で考えれば，ロジスティック回帰分析をしていることでもあることに言及する。

→ 通過率については豊田 (2012) の Pp.1–8 を，ロジスティック関数と累積正規分布の関係については加藤他 (2014) の Pp.81–83 を参照

項目母数の特徴 ロジスティック曲線を導入することで，関数の変形がたやすくなった。ここでは 1PL,2PL ロジスティックモデルを導入し，どの項目母数が関数の位置や形をどのように変えるか，そしてそれが意味するところを理解する。モデル的には 5 母数モデルまで考えられるが，実際にはせいぜい 3PL モデルである。この講義では後の因子分析との対応関係も考えるため，2PL モデルまでの紹介に留める。

→ 項目母数については豊田 (2012) の Pp.31–34，加藤他 (2014) の Pp.71–80 が参考になる。

被験者母数の特徴 項目母数が明らかになった状況に置いて，どのように被験者母数を推定するかを考え

る。ここで ICC から逆算的に被験者母数の位置がどこにあるか，該当領域を絞り込んでいく尤度関数を視覚的に確認する。この方法を使うと，すべての項目についての回答が得られていないと推定できないといった不便がなく，また被験者母数の位置によっては ICC がそれほど有用な情報を与えてくれないこともある。これらの点は，完全情報最尤推定や情報関数にもつながるため，しっかりと理解しておくことが必要である。

→ 被験者母数の絞り込みについては，小杉・清水 (2014) の Pp.171–172. が参考になる。

4.1.3 キーワード

- 通過率
- ロジスティックモデル
- 被験者母数の推定について

4.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

4.2.1 予習・復習課題

■予習 テストの前提となる標準正規分布について復習しておく。とくに R を使って出力できる確率密度，確率点，累積確率など手を動かして予習しておくと良い。

■復習 適当なグラフ描画ツール (R でよい) をつかって，ロジスティックモデルを描写し，項目母数をどのように変えるとどのように曲線の形が変わるかを確認してみよう。

5 現代テスト理論その 2

5.1 授業内容

5.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

項目反応理論の数学的特徴を踏まえることと，現代的尺度構成法の理論的基礎を学ぶ。

項目反応理論の導入によって，被験者母数と項目母数が完全に分離され，項目の特徴を細かく記述できるようになった。また，項目の特徴がわかっていればテストの実践方法も変わってくる。ひとつは CAT に代表されるように，ダイナミックに出題を変化させせることができるようになること，そうしたうえでもテストの平均点が事前にコントロールしうることなどが示される。項目から得られる情報という観点から項目情報曲線が，項目情報曲線の累積からテスト情報曲線が導出される。

つづいてこのテスト理論の発展形として，多段階モデルに拡張可能なことをみる。とくに段階反応モデルは，リッカートのシグマ法のように段階反応をモデルかできるという意味で，現代的リッカート法であるともいえる。段階反応モデルを用いることで，適切な反応段階のチェックをできるなど，応用的側面が高いことを確認する。

またテスト理論は因子分析の特殊系であるという扱いだったが，多段階，多因子へと展開することで再び因子分析モデルに統合されていくことを確認する。

5.1.2 コマ主題細目

現代テスト理論の特徴 現代テスト理論の特徴は，項目母数と被験者母数の分離，完全情報最尤推定，項目情報曲線による信頼性の表現，項目プールがあれば事前にテストの平均点を設計できることがあげあられる。また Computer Adopted Test の形式を用いることでテストのあり方そのものも変わってしまう。ただし実際には，膨大な項目プールが必要であること，事前に項目母数を準備しておく必要があること，その他「公平性のために新しいテストでなければならない」という信念などが弊害となって実践的には敷居が高いことなどを解説する。

→ 古典的テスト理論との比較については，加藤他 (2014) の Pp.67–69，あるいは豊田 (2012) の前書きが十分に詳しい。

段階反応モデル テスト理論はバイナリデータに対する分析だが，多段階の反応に拡張する方法がいくつか考えられている。1 つは段階反応モデルとよばれるもので，これを使うと適当な反応段階数がデザインできるなど利点は大きい。またその考え方はリッカートのシグマ法を洗練したものであるとも言え，せめてこうした方法を使わないと多段階反応を適当に分析できていない。統計パッケージなどの実装も進んでいるので，計算コストはほとんど障壁にならない。また，ポリコリック相関係数を用いた因子分析を実行すると，段階反応モデルのパラメータに変換できることから，因子分析とテスト理論が同じものであったことを再確認できる。

→ 豊田 (2012) の Pp.155–172 が詳しい。

因子分析の歴史と展開 因子分析モデルもテスト理論も潜在変数モデルとしては同じであり，一方が単因子・二段階，他方が多因子・多段階であることが道を分つ。またその性質から，一方が因子得点に，他

方が因子構造に着目するため，テストの構成についての考え方が異なることにも注意する。繰り返しになるが，統計パッケージ上の実装は進んでいるので，どちらを使うにしてもとくに苦労することなく，積極的にカテゴリ軽モデルを推進していくべきである。

5.1.3　キーワード

- 項目情報曲線，テスト情報曲線
- 段階反応モデル
- 因子分析モデルとテスト理論

5.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

5.2.1　予習・復習課題

■予習　項目反応理論，とくに 2PL モデルによる因子得点の算出方法を確認しておくと同時に，心理尺度ではどのように尺度値を定めていたかについて復習しておく。

■復習　信頼性についての考え方が，古典的テスト理論，因子分析論，現代テスト理論を通じてどのように変わってきたかを確認しておこう。

6　行列計算の基礎

6.1　授業内容

6.1.1　科目の中でのこのコマの位置づけ

テスト理論や因子分析モデルの展開を理解した上で，さらに次のステップに進むためには，より数学的な構造の理解が必要である。ここまで因子分析モデルでは，因子得点をどのように算出するかが論じられていない。また相関行列を分解して因子負荷量を算出するにあたっても，どのように計算するかについては言及されてこなかった。これらの点を理解するための道具となるのが線形代数である。具体的には，行列の固有値分解を通じた解釈をすることで，因子分析，回帰分析など多変量データの方程式モデルを統一的に表現・理解できるようになる。そのための道具立てとして，線形代数の基礎知識を習得する必要がある。本講はこのより進んだ理解に向かうための，新しい数学ツールの導入を行う。

線形代数は方程式を簡便的に表現するための表現法であり，行列の観点から新たに四則演算を定義し直すことで一般的な表現が可能になることを示す。

6.1.2　コマ主題細目

行列とベクトル　多変量データを行列とベクトルで表現することをみる。学ぶべき用語として，スカラー，縦ベクトル，横ベクトル，行列，正方行列，対称行列，対角行列，単位行列をあげる。

行列の四則演算　ベクトルとベクトルの和，行列と行列の和，スカラーとベクトルの積，スカラーと行列の積，縦ベクトルと横ベクトルの積，横ベクトルと縦ベクトルの積，行列と行列の積をみる。とくにサイズが変わることに注意が必要である。

行列による便利な表現　連立方程式が行列で表現できることを見る。

逆行列と連立方程式　行列の割り算に当たるのが逆行列である。逆行列は存在しないこともあるが，もし適当なものが見つかればそれは連立方程式の解を一気に計算ができることになる。

6.1.3　キーワード

- ベクトル，スカラー，行列
- 行列の四則演算
- 連立方程式

6.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

6.2.1　予習・復習課題

■予習　とくに予習の必要は感じないが，授業に参加するにあたってはノートの準備が必要である。

■復習　計算方法に慣れておく必要があるので，練習問題を繰り返して行うことで，とくに行列の積の計算ができるようになっておく。線形代数の入門書としては，数学のテキストとして読みづらさを感じるかもしれな

いが, 村上他 (2016) がよく, 一冊手元に置いて演習をしながら進めると良い。

7　行列による関係の表現

7.1　授業内容

7.1.1　科目の中でのこのコマの位置づけ

線形代数についての基礎的なルールを習得する段階である。今回はより実践的・具体的に，データ行列をどのように線形代数で表現できるかを考える。データ行列から分散共分散行列，相関行列へと形を変えることを学ぶ。つづいて線形モデル，とくに従属変数が明確な回帰分析モデルを行列で表現することを見，線形モデルとデザイン行列について考える。さらに因子分析モデルを行列で表現することを考える。行列で表現することで，1 つの式の中に第一，第二定理の両方を含んだ形で表現できることを理解する。

7.1.2　コマ主題細目

データの行列表現　実際に手にするデータセットは，表計算ソフトウェアの画面で見る行列形式の数列であるが，これを記号で表現することで一般的に扱うことができるようになる。添字に気をつけながら要素ごとの表示をすることに加え，行列の計算をこのデータ行列に与えることによって，変数の平均や変数ごとの平均偏差を持った行列が表現できる。平均偏差行列を用いると，行列の積の特徴から分散と共分散を含んだ正方行列が作られることがわかる。また，データを標準化することで，標準化された行列の積が相関行列を表すことになる。このように一般的に表現するために，これまでの行列計算の方法が作られたのだと逆算的に理解すること，加えて行列のサイズに注目しながら，扱うデータの大きさがイメージできるようになることが肝要である。

→ 岡太 (2008) の Pp.77-110

線形モデル　行列表現の利便性は，データの変換だけにあるのではなく，統計モデルを表現する際にも生きてくる。基礎で学ぶ線形モデルは，基本的にエレメントワイズな表記法であったが，行列を使うことで単回帰も重回帰も同じ式で表現できることがわかる。このように表記の統一性があることが，線形代数の利点である。また統一的な表記にするために，切片項にかかる列を追加するなどの工夫をすることにも注意する。これらの点は，R など統計ソフトウェアを扱う上でもヒントになることが多い。

デザイン行列　基礎の段階で行った帰無仮説検定は，説明変数が離散変数であったことから，線形モデルの特殊形に過ぎなかったことを再確認する。その上で，先の回帰分析を行列表記にしたように，離散変数で説明する時の係数にかかる行列の形を確認する。この行列はとくにデザイン行列と呼ばれること，また自由度の関係から制約を加えた表現になるが，それがデザイン行列の中でどのように書き表されるかを確認する。

→ Dobson (2008 田中他訳 2021) の Pp.41–45 にごく簡単な紹介が，豊田 (2000) の Pp.47–62 には計画行列として構造方程式の枠組みで説明されている。

因子分析モデルの行列表現　因子分析モデルはここまでエレメントワイズで表現されていたが，同様に行列表現にするとどのようになるかを確認する。とくに行列のサイズに注目することが重要である。というのも，統計ソフトウェアを使っていると因子得点が表示されないことが少なくないが，行列の形で見ると因子負荷量は項目数 $\times$ 因子数，因子得点は回答者数 $\times$ 因子数になることがより意識されやすいか

らである。他にも因子分析に関する特徴量が行列のどの要素にはいっているか，また因子分析の定理が行列のどこで表現されているかを確認することが重要である。

因子分析の行列的表現については → 芝 (1979) が良書だが，現在は絶版。同様の内容は小杉 (2018) にもある。

7.1.3　キーワード

- データの行列表現
- 分散共分散行列，相関行列
- デザイン行列

7.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

7.2.1　予習・復習課題

■予習　行列の掛け算がメインになってくるので，計算方法並びに計算結果のサイズを確認する方法を見ておこう。

■復習　行列表現によって重回帰方程式が 1 つの形になることを確認する。平均値の差を見るために線形モデルが用いられることを確認する。また因子分析モデルを行列表現すると，一気に 2 つの定理が 1 つの式で表現できることを確認する。

8 固有値と固有ベクトルと因子分析モデルの関係

8.1 授業内容

8.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

因子分析モデルを行列表現することで，いよいよ因子をどのように算出しているのかについての答えが明らかになる。

因子負荷量を算出するためには，線形代数でいうところの固有値についての理解が必要である。まずは固有値と固有ベクトルを導入し，どのように計算するかを見る。とくに固有ベクトルはノルムが定まらないことを確認する。そこから，固有値と固有ベクトルがどのような性質を持っているかを幾何学的観点から確認する。正方行列が座標変換を行うためのものであると考えれば，固有ベクトルは変換行列の基底となることがわかるだろう。データ解析にあたって，相関行列の基底を求めるとはどういうことかをイメージするだけでも，因子分析の理解がまた一歩深まるだろう。

8.1.2 コマ主題細目

固有値と固有ベクトル 行列の固有値と固有ベクトルの性質を理解する。直感的には，正方行列がスカラーに変わることが，情報圧縮になっていると言えるだろう。また，行列のサイズと同じ数だけ固有値が見つかること，固有値の総和が元の行列のトレース trace になることを確認する。とくにデータ解析の領域では，分散共分散行列か相関行列が分析対象になることが基本であり，こうした対称行列の固有値は実数になること，相関行列のトレースは項目数と合致することを改めて確認することで，データの情報圧縮になることについての直感的理解をめざす。

固有ベクトルを求める 2×2 行列を例に，固有値と固有ベクトルを求める計算を行う。固有方程式を導入し固有値の計算を行うことは比較的簡単であるが，固有ベクトルの求め方が直感的にはわかりにくい。というのも，固有ベクトルはその大きさが定まっておらず，要素同士の相対的な大きさを示すだけだからである。ここでベクトルのノルムを導入して標準化解を算出することを確認する。また行列のサイズが大きくなると方程式が高次になるため，一般解が得られないこと，結果的に近似解を求める計算方法が開発されていることをみる。

固有値と固有ベクトルの幾何学的意味 正方行列は一次変換行列であり，固有ベクトルはその基底であることを単純な行列から理解する。固有ベクトルはノルムが定まっていないこと，すなわち方向性だけを持ったものであることを理解する。また固有値はその総和が元の行列のトレースと一致することから，分散あるいは項目数 (相関行列の対角) を組み替えたものであり，固有値の大きさの順に考えることはすなわち，より明確な次元を抽出したことになることを確認する。

→ これについては平岡・堀 (2004) にアニメーション付きで説明されているのがわかりやすい。また長沼 (2011) は固有値の章だけでなく，付録を読むとまた固有値と固有ベクトルの多角的な理解が進む。

因子分析モデルの意味 因子分析モデルは相関行列を固有値分解することであり，それはすなわち相関行列の中にある基本的な次元・座標を求めることにある。すなわち複数人の反応パターンの共通要素を取り出すということであり，これは心理学的アプローチをほぼ直接的に数学表現したものであることを

理解する。座標の回転についても触れ，仮定を緩めた場合の表現も理解する。

8.1.3　キーワード

- 因子分析モデルの行列表現
- 固有値
- 固有ベクトル
- 固有ベクトルの幾何学的理解

8.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

8.2.1　予習・復習課題

■予習　因子分析の基本モデル，第一・第二定理の導出を復習しておこう。

■復習　因子分析モデルが何をやっているかを考えた上で，心理学における尺度の利用やその解釈においてどのような注意をしなければならないかを言語化してみよう。

9 R をつかっての行列計算

9.1 授業内容

9.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

行列の計算は単純な計算ではあるが，要素の数が多くなるので反復回数が増え，また計算の法則も慣れるまでは難しい。人間にとってはミスが多くなりがちなこの計算が，計算機 (コンピュータ) は最も得意とするところである。計算機は疲れることなく，単純な反復計算を瞬時にこなす。多変量データ解析は計算機の発展の歴史ともにあり，昨今の計算機パワーは非常に複雑な統計解析も瞬時に答えを出すようになった。

この行列計算は表計算ソフトにはできないことであり，統計環境 R のような，統計パッケージを利用することになる。本項では，統計環境 R を用いて行列の基本的な計算を演習によって習得することを目的としている。また R で行列の計算ができることは重要ではあるが，実際に統計分析をする時にはより便利なパッケージを利用することになる。心理学関係の数値計算については，`psych` パッケージが便利である。これを導入し，記述統計量や信頼性係数など基本的な分析が便利になることを確認する。

9.1.2 コマ主題細目

R による行列計算 R についての基本的な使い方 (環境の準備，RStudio によるプロジェクト管理，パッケージの導入，基本的な四則演算等) については習得済みであることを前提とする。行列計算にあたっては，データをマトリックス型で保持している必要があり，また行列の計算は四則演算と異なること，ベクトルの長さが時には再利用されることなど注意が必要な点がある。それらを踏まえて，データの方を考えながら行列の四則演算を確認する。

R によるデータの変換 R の行列計算を使って，前時までに行った raw data の変換計算，すなわち平均，平均偏差行列，分散共分散行列，相関行列などの計算プロセスを確認する。また，`cov` や `cor` 関数を使うとこれらが一気に計算されるが，分散の関数には不偏分散が用いられていることに注意する必要がある。

R による固有値計算 R の `eigen` 関数を使って，固有値と固有ベクトルが計算されるところを確認する。固有ベクトルは標準化されていることに注意する。

9.1.3 キーワード

- 行列型
- 行列関数

9.2 授業情報

■コマの展開方法 R を使った演習

9.2.1 予習・復習課題

■予習 R/RStudio を使った分析環境を再確認しておこう。またデータの読み込みや記述統計量などの算出関数を確認しておこう。

■復習　授業時間内に収まらなかったところがあれば，必ずキャッチアップしておくこと。いくつかの練習問題を実践し，エラーや警告がでても対応できるようになろう。

10 R をつかった因子分析と尺度作成法

10.1 授業内容

10.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

ここでは心理尺度を開発するような心理学研究を想定し，より実践的な順序に則って演習を進めていく。この講義の目標は，自らが質問紙調査を使った研究をした場合にどのような手順で行うかを理解し，実践できるようになることである。具体的には前回導入した `psych` パッケージを用いて，さまざまな推定オプションを追加していくことで出力が変わっていくことを確認しながら進める。

10.1.2 コマ主題細目

psych パッケージ概説 心理学研究に用いられる便利な関数群である `psych` パッケージのマニュアルを見ながら，`describe.by` などの記述統計量関数，`alpha` や `omega` といった信頼性係数の関数を使ってロウデータの分析を行う。

調査研究の手順 心理尺度の作成研究の手続きを外観する。まず構成概念の設定，定義，妥当性を考えた上で，具体的な項目を選出し，テストデータを取る。探索的な因子分析によってその因子的妥当性を確認し，標準化のための本調査を行う。あるいは 1 次元性を確認した上で，IRT によって反応段階の確認，項目母数の確認，テスト情報関数の確認などが必要である。尺度の翻訳や検証的妥当性のチェックなどについては，構造方程式モデリングによる分析を行うのでここでは扱わず，参照するにとどめる。

共通性推定の問題 分析にあたって，改めて因子分析モデルの行列表現を提示し，行列の固有値分解によって因子負荷量が求められることを確認する。しかしその際，共通性をどのように推定するかの問題が残されていたことを確認し，そのためにいくつかの方法が提案されていることを理解する。これらは因子分析を行う上で，推定方法のオプション指定に関わってくる点であり，ソフトウェアが変わっても同様の指標が必要であることをみる。

→ 小杉 (2018) の Pp.91–94.

fa 関数と探索的因子分析 探索的因子分析の手続きを `fa` 関数を使いながら考える。探索的因子分析の場合は因子構造，因子負荷量について何ら前提を置かないため，因子数の推定から始めなければならない。まずは `fa.parallel` 関数でスクリープロットを描画する。スクリープロットを読むときの形状について確認する。続いて因子数と共通性推定方法を定めた上で `fa` 関数を実行し，因子負荷量や共通性などアウトプットを確認する。続いて解釈を簡単にするために因子軸の回転を行うことを解説し，実行のために `rotate` オプションを追加することをみる。回転前の結果との比較，また直交回転と斜交回転の違いを確認する。

→ 小杉 (2018) の Pp.81–91.

因子得点の算出 因子数と因子負荷量が明らかになると，そこから逆算的に因子得点を計算できる。`fa` 関数には `scores` オプションをつけることで，出力されたオブジェクトから因子得点を取り出すことがで

きるのをみる。こうした方法とは別に，項目同士の素点の平均から因子得点を計算することもある。これは推定値を実体とすることの懸念が出発点であり，その長所と短所を把握しておくことが必要である。この簡便法は平均値情報を含んでいるため，尺度カテゴリに依拠した解釈が可能である。また取り出された因子得点と簡便的因子得点の相関を見ることを確認する。

因子分析の注意点　因子分析を行う上で注意しなければならないのは，因子が実体としてあるのではなく，あくまでも準備された項目群の相関関係から得られる基底に過ぎないことを理解する点である。因子分析の流れの中では因子に命名することが 1 つの手順としてあるが，言葉として確定するとあたかもそれがあるかのように考えられてしまうこと，それしかないように考えられてしまうことの危険性を理解する。心理尺度の呪いやてっちゃんの手品になってしまわないように注意し，常に元の項目群に戻って考える必要があることをしっかりと理解する。

10.1.3　キーワード

- 信頼性係数
- 共通性
- 因子負荷量
- 因子得点
- `psych` パッケージ
- `fa,fa.poly,fa.parallel` 関数

10.2　授業情報

■コマの展開方法　R を使った演習

10.2.1　予習・復習課題

■予習　パッケージの読み込みや関数の結果を見る方法を確認しておこう。一年時のことを思い出して，`lm` 関数を例に R の操作方を思い出しておく。

■復習　授業時間内に収まらなかったところがあれば，必ずキャッチアップしておくこと。いくつかの練習問題を実践し，エラーや警告に対応できるようになろう。心理学研究など心理学の専門雑誌を参考に，どのような分析結果がどのように報告されているかを確認しておくことも，理解を進める。

11 R をつかった項目反応理論

11.1 授業内容

11.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

項目反応理論を実践的に理解する演習パートである。

カテゴリカルな因子分析と数学的に同等ではあるが，より項目の特徴を広く表現できる項目反応理論の利用が，今後より重要なものになってくるだろう。

ここではまずテスト理論の根本に立ち返り，二値単因子のデータを使って 1PL,2PL モデルの分析を行う。分析結果は数値で見ることも重要であるが，ICC や IIC，TIC などを使って可視化するとより理解が深まるだろう。多段階の反応についても，同様に GRM を実行し，閾値や識別力，IRCCC や IIC，TIC が描画できることを確認する。とくに IRCCC による反応段階の読み取り方には注意する。最後に多段階で多因子の場合，項目反応理論の文脈から言えば多次元 IRT になり専用のパッケージが必要になることを紹介しつつ，カテゴリカル因子分析でも同様のことができることを確認する。

11.1.2 コマ主題細目

項目反応理論の実際 項目反応理論はテスト理論がその出自に当たるので，まずは二値データで単因子が想定できるような例を元に分析を行う。分析には `irtoys` パッケージや `ltm` パッケージを用いて，1PL モデル，2PL モデルの演習を行う。項目母数の値と意味が，具体的な設問に照らし合わせて考えることで，より実感をもって理解できるようになると思われる。とくに，ICC や IIC,TIC など可視化することでその意味が理解しやすくなるだろう。3PL モデルなどさらに拡張したモデルも利用可能である。

段階反応モデルの実際 続いて単因子，段階反応モデルの実践を行う。因子構造として，前回の授業で扱った多因子の内，ある因子に限定して分析を行うこととする。段階反応モデル (GRM) の出力結果を数値だけでなく可視化することで，項目の特徴がどのように表現されているかを考える。とくに反応段階の山が潰れているようなケースは，適切な反応段階でなかったことを意味するので，数値の置き換えなど元データを修正しつつ分析し直すことを考える。これらを通じて，適切な反応段階による調査法が必要であることを理解する。

カテゴリカル因子分析との対応 多段階，多因子の場合は `psych` パッケージの `fa` 関数にオプションを追加することでできる，カテゴリカル因子分析と同じである。出力結果について，これまでの相関係数を用いているものとの違いを確認する。また数値をどのように変換すれば対応するのかを見ることで，数学的に等価であることを確認しておく。IRT の側面から多因子に拡張した，多次元 IRT についても，`mirt` パッケージを利用すれば実行できる。この解析には計算時間がかかるが，完全情報最尤推定の結果が得られることは利点である。

11.1.3 キーワード

- 1PL モデル，2PL モデル，3PL モデル
- 段階反応モデル
- カテゴリカル因子分析

- `irtoys`,`ltm`,`psych`,`mirt` パッケージ

11.2　授業情報

■コマの展開方法　R を使った演習

11.2.1　予習・復習課題

■予習　`irtoys`,`ltm` パッケージを事前にインストールして環境を整え，データファイルの読み込みなど R/RStudio の基本的な使い方を確認しておこう。とくに R の `data.frame` 型に含まれる変数が，`numeric` なのか `factor` なのかによって挙動がかわることがある。変数の型についても再確認しておこう。

■復習　本講で習ったパッケージを使って，具体的なデータを因子分析，IRT，カテゴリカル IRT などいくつかのモデルで分析し，それぞれの違いを確認しておこう。

12　構造方程式モデリング

12.1　授業内容

12.1.1　科目の中でのこのコマの位置づけ

構造方程式モデリングは，因子分析と回帰分析を統合して扱う，総合的分析モデルである。言い換えれば，これまでの多くの多変量解析モデルのほとんどは，構造方程式モデルの下位モデルとして表現できる。ここではこれまでのモデルを統合した，より現代的でより上位のモデルである構造方程式モデリングを理解することで，すべての多変量解析を網羅的かつ俯瞰的に捉えることが狙いである。

構造方程式モデリングを理解するには，変数の種類と関係性の区分に注意したパスダイアグラムの描き方を知ることが早い。パスダイアグラムを用いると，回帰分析と因子分析は説明変数が観測変数なのか潜在変数なのかといった違いであることが明らかである。また因子分析と似た主成分分析がどのように表されるかも，パスダイアグラムを見れば一目瞭然である。

パスダイアグラムには変数の尺度水準までかきこまれることはないが，ここに注意していろいろなモデルを描画すると，それがかつて多変量解析においてさまざまな名称で呼ばれた分析方法であったことがわかる。あるいは，今後どのようなモデルが開発される可能性があるか，どのようなモデルをどのように希釈すれば良いかもイメージできる。

加えてこの統合的なモデルがなぜそうした複雑なモデルを表現できるのかについても，モデルを方程式で描画し，行列で考えることで，モデル行列とデータ行列を近づけることと理解できる。この観点から，データにモデルを当てはめる適合度の考え方が改めて理解されるだろう。

12.1.2　コマ主題細目

パスダイアグラムの書き方　これまで学んできたモデルを図で表現することを学ぶ。そのためには，変数を観測変数と潜在変数に区別することと，変数間関係を因果関係と相関関係に区別する必要がある。観測変数を矩形，潜在変数を楕円形，因果関係を一方向矢印，相関関係を双方向矢印で表現することで，因子分析や回帰分析が図で表現できることを学ぶ。

パスダイアグラムによるさまざまなモデル　因子分析と回帰分析をパスダイアグラムで表現したことで，この両者を統合するような表現ができること，また潜在変数同士の関係を記述する，構造方程式を描画できるようになったと言える。因子分析と似た手法とされる主成分分析や，尺度水準の違いによるさまざまな統計モデルを表現する方法を手に入れたことになる。この手法を総称して，構造方程式モデリングと呼ぶ。

→ 小杉・清水 (2014) の Pp.7–10

構造方程式モデルによる未知数の推定　構造方程式モデリングでは，パスダイアグラムでも表現されるが，変数間関係を方程式で書くこともできる。方程式で描画することで，構造方程式も潜在変数の方程式と観測変数の方程式，それらが入れ子になった方程式で描画できることがわかる。またこれらのモデルを行列のイメージで捉えると，最終的には分散共分散行列という実態を持った数字に対して，未知数で描画された方程式を接続したことが直感的にわかるだろう。未知数の増え方と分散共分散行列の要素の増え方を比較すると後者が圧倒的に早く，未知数よりも既知数が多い方程式は解くことがで

きるという原理から，未知数が推定しうることを理解する。

→ 小杉 (2018) の Pp.191–193.

適合度によるモデルの評価 データ行列とモデル行列をイコールで結んだ方程式を解くことが，未知数を求める根本的な原理であるが，このことからモデルがデータとどの程度合致しているかという適合度が，モデル評価の統合的観点として浮かび上がってくる。回帰分析では R^2 であったが，因子分析をはじめとしたさまざまな多変量解析モデルも，この評価次元で考えることができる。ただしその指標にはいくつかの特徴があり，これらを総合的にみて評価するという実践的ノウハウも確認する。

→ 小杉・清水 (2014) の Pp.10–12

12.1.3 キーワード

- パスダイアグラム
- 観測変数と潜在変数
- 因果関係と相関関係
- 構造方程式モデリング
- 適合度

12.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

12.2.1 予習・復習課題

■予習 回帰分析と因子分析という 2 つの分析方法についてはすでに学んでいるが，この両者の共通点と相違点がどこにあるかを事前に考えてみよう。外的な基準の有無，説明変数の種類の観点から，自分の言葉で表現できるようになっていると良い。

■復習 これまで学んださまざまな統計モデルを，構造方程式モデリングの表記法に則ってパス図を書いてみよう。またさまざまな尺度水準の組み合わせからなるモデルを考え，それらがどのような意味を持つのかと推論するのも理解の助けになる。

13 R による構造方程式モデリング

13.1 授業内容

13.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

これまでの流れと同じで，統計技術の理論を知っただけではなく，自分で実際に計算できる演習を経てこそ理解が深まるということから，本講では R をつかって実際に構造方程式モデリングを解くことを演習的に学ぶ。構造方程式モデリングを実装するパッケージは複数あるが，最も応用範囲がひろい `lavaan` パッケージを用いることにする。

まずは観測変数だけからなる簡単なパス解析を行う。データの入力の仕方，方程式の設定，関数の使い方などを一通り習得する。続いて潜在変数を含んだモデルによる解析を行う。モデルの適合度や修正指数を参考に，徐々にモデルを書き換えていく手順を学ぶ。注意すべきは，適合度を上げることが目的になって，不自然な仮定やパスをおいてしまうことである。あくまでも具体的かつ妥当なモデリングを心がけるべきである。

オプショナルな設定になるが，観測変数がカテゴリカルである場合や，推定方法の選択なども確認する。最後に，R 以外の統計パッケージによる構造方程式モデリングの実践例がいくつか紹介される。

13.1.2 コマ主題細目

方程式の入力 まずは観測変数同士の関係をパスでつなぐモデルで練習する。パス解析は回帰分析の繰り返しで実行することもできるが，構造方程式モデリングによってパスの繋がりを 1 つのモデルで表現し，適合度も統一できるなどの利点がある。観測変数だけからなるモデルの結果と，実際に `lm` 関数で実行した結果と比較すると良い。またパッケージにもよるが，自動的にパスダイアグラムを描画してくれるものもある。方程式とそのパスダイアグラムによる表現の対応を確認する。

→ 小杉・清水 (2014) の Pp.55–60

測定モデルの実践 因子分析モデルを SEM 上で実行してみる。探索的因子分析と違い，どの項目にどの因子が影響しているかを固定したモデリングが可能であり，この検証的因子分析による結果と，いわゆる因子分析関数との結果を比較することで，パスが引かれていないところはその係数が 0 であるという強い仮定をおいていることを確認する。また尺度作成の観点からは，検証的因子分析をすることで因子的妥当性や弁別的妥当性，収束的妥当性を検討することもできる。さらに同じモデルを別のデータに適用することで多母集団同時分析を行うことになる。このように，モデルの暗黙の過程や，モデルとデータの適合という側面にとくに注意する。さらに測定モデルと測定モデルをつなぐ，構造方程式を扱ったモデルへと拡張する。

→ 小杉・清水 (2014) の Pp.87–90

実践上の注意点 ここまでを通じて，一通りモデルを作成できるようになった。とくに構造方程式を踏まえると，心理的実体同士の関係を描画したと解釈できるため，心理学的概念間の関係を記述できることは魅力的に映るかもしれない。しかしデータを越えての解釈はご法度であり，潜在変数が心理的実在であるかどうかの議論は，理論的背景や測定の適切さ，標準化されないスコアが実際にどのように変化すれば何が言えるのか，といったところに一足飛びに行かぬよう注意する必要がある。またモデル改良

のステップにおいて，適合度や修正指数を過度に参照していないか，注意する必要がある。

そのほかの統計パッケージ　構造方程式モデリングの利点は，モデルを可視化したことにもある。たとえば AMOS は GUI でモデルを作成できる。他に Mplus はカテゴリカルな変数にも対応しているし，高度に複雑なモデルであっても表現が可能である。

13.1.3　キーワード

- 測定方程式
- 構造方程式
- 潜在変数を含んだモデル
- 多母集団同時分析
- 適合度

13.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

13.2.1　予習・復習課題

■予習　構造方程式モデルは，数式レベルでの理解は難しいが実際は統合的なものであり，回帰分析や因子分析をその下位モデルとして含んでいる。改めて，回帰分析や因子分析を単体で行った場合にどのような出力がなされるのか確認しておくと，同じものを構造方程式で実践したときの違いが明確に意識できるようになる。

■復習　さまざまなモデルを試すなかでは，エラーや警告が出ることもある。そうしたエラーや警告の意味を理解し，またそれに対応するためにはどのような方法が取れるかを考える必要がある。まずは手元のデータを用いて，これらの練習を行うと良い。

14 多次元尺度構成法

14.1 授業内容

14.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

数量化まで学ぶことによって，カテゴリに適切な数値を割り振るという尺度化の原点に立ち返ることができた。ここではさらに，心理尺度のような回答法ではない変数間同士の関係から，次元を取り出して分析する多次元尺度構成法について考える。この方法は実験刺激や知覚的反応，直感的判断などを対象にできるため，応用可能性が非常に高いだろう。

多次元尺度構成法を理解するためには，まず実際の距離行列を分析して地図を再構成できるかどうかを見るところから始めるのが良いだろう。データとして与えられるのが距離行列であり，行動計量学ではこれを心理的な距離や意味的な距離が数値化されたものだと捉えることで，心理学的な地図を作っていると解釈してきた。この仮定には最大限の注意を払いつつ，必ずしも計量的でない場合の数値化をする非計量的多次元尺度法に拡張することで，更なる心理学的用途が広がることを見る。なお，多次元尺度方は数量化 IV 類と同じである。

多次元尺度法は分析の元が距離行列であり，その基底を固有値分解によって得るといういみで，多変量解析としてはお馴染みの考え方であるともいえる。しかしデータが距離 (を意味するもの) であれば良く，数学的にも簡単な拡張をすることで，個人差を表現するモデルに拡張することもできる。また心理尺度に対する考え方として，個人の内的な次元からの近さに応じて反応すると考える，展開型のモデルを使うことは，心理尺度の利用に新な視点をもたらす。

14.1.2 コマ主題細目

多次元尺度構成法 多次元尺度構成法 (MDS) は，距離行列を元にした多変量解析の一種であり，距離関係から次元 (基底) を選び出し，対象に座標を与える方法である。まずは座標の復元例から考え，抽出する次元数をどのようにして求めるかといった基礎的な知識を得る。また，行列の考え方からみると正方対称行列の固有値分解であるから，これを確認するだけでも他の多変量解析と合わせた統合的な理解ができるだろう。因子分析モデルも多次元尺度法の一種であるということもできる。

距離と心理学のデータ 距離行列があれば次元が抽出できることが分かったが，さて何を距離とみなすかを考えれば，非常に多くの可能性が広がることがわかる。距離の定義は非負で対称性と 3 角不等式が成り立つことであり，さまざまな距離の定め方があるし，共分散や相関もその一種と考えることができる。元になるデータも尺度評定を用いる方法，刺激の混同率，代替価/連想価，刺激の汎化勾配，反応潜時，ソシオメトリックなデータなど，心理学のさまざまな領域で得られるデータが，距離とみなすことができる。応用可能な領域が広いことを知ることで，統計モデルをハンドリングできることになる。

→ データの例に関しては高根 (1980) の Pp.14–27.

非計量多次元尺度法 計量 MDS によって算出される座標は元のデータをうまく復元するが，心理学的なデータの場合はデータの大小関係の表現 (順序尺度水準) がせいぜいであり，これに対応した非計量多次元尺度法が考案されている。この手法を用いることで，一対比較や順序比較などのより制限の少ないデータからであっても数量関係を導き出すことができる。

→ 計量・非計量多次元尺度構成方については，すでに絶版になったが岡太・今泉 (1994) がもっとも簡潔でわかりやすく説明している。手に入るところでは足立 (2006) の P.135–143，あるいは小杉 (2019) の P.199-203.

多次元尺度構成法の展開　多次元尺度構成法で作られたものは地図である。地図には点を書き込んだり，複数の地図を重ねたりできるように，多次元尺度法で得られた地図にも情報を追加したり，モデルを展開するなどしてさまざまな応用的モデルを作ることができる。ここでは Prefmap や楕円モデル (非対称 MDS)，INDSCAL など応用例をいくつか示し，この技術の応用可能性を考える。

展開法　Coombs が考えた心理尺度の展開法は，サーストン法やリッカート法とはまた別の尺度化の考え方を表している。この方法は被験者とカテゴリーの両方を地図上にプロットできる。具体的な分析例をみながら，尺度やそれに数字を与える方法についての考え方を見る。

→ 展開型モデルについては，多少複雑な工夫が組み込まれているが，清水 (2018) が参考になる。

14.1.3　キーワード

- 多次元尺度構成法
- 非計量多次元尺度構成法
- 個人差多次元尺度構成法
- 展開型多次元尺度法

14.2　授業情報

■コマの展開方法　講義

14.2.1　予習・復習課題

■予習　数量化の関係を再確認しよう。すなわち数値に値を与えるというものであり，尺度のカテゴリだけでなくより一般的な心理的刺激を考え，どういったモデルで表現できるかを考えると本講だけでなく後期の授業にもつながる気づきを得るだろう。

■復習　多次元尺度法によって，どのような分析ができるかを考えてみよう。とくに尺度法にかかわらず，実験刺激からの反応を距離と見做せる関係にすれば分析でき，その結果をどのように解釈するかについても自由度はかなり多い。紹介された発展的なモデルなどについても自分の研究関心にどのように応用できるか考えてみよう。

引用文献

足立 浩平 (2006). 多変量データ解析法——心理・教育・社会系のための入門—— 単行本 ナカニシヤ出版

Dobson, A. J. (2021). An introduction to generalized linear models. Chapman & Hall/CRC Press.
(ドブソン, A.J. 田中 豊・森川 敏彦・山中 竹春・冨田 誠 (訳) (2021). 一般化線形モデル入門 共立出版)

Grimm, Laurence ・ Yarnold, Paul. (2016). Reading and Understanding More Multivariate Statistics. American Psychological Association.
(グリム, L. & ヤーノルド, P. 小杉 考司・高田 菜美・山根 嵩史 (訳) (2016). 研究論文を読み解くための多変量解析入門 応用篇: SEM から生存分析まで 北大路書房)

豊田 秀樹 (2012). 項目反応理論 [入門編] 第 2 版 朝倉書店

平岡 和幸・堀 玄 (2004). プログラミングのための線形代数 オーム社

清水 裕士 (2018). 阪神ファン – 巨人ファンの 2 大精力構造は本当か 豊田秀樹 (編) 北大路書房

川端 一光・荘島 宏二郎 (2014). 心理学のための統計学入門——[心理学のための統計学 1]: ココロのデータ分析—— 誠信書房

加藤 健太郎・山田 剛史・川端 一光 (2014). R による項目反応理論 オーム社

小杉 考司 (2018). 言葉と数式で理解する多変量解析入門 北大路書房

小杉 考司 (2019). その他の他変量解析 楠見 孝・日本心理学会 (編) 心理学統計法 (pp. 189–206) 遠見書房

小杉 考司・清水 裕士 (編) (2014). M-plus と R による構造方程式モデリング入門 北大路書房

三中 信宏 (2018). 統計思考の世界——曼荼羅で読み解くデータ解析の基礎—— 技術評論社

宮谷 真人・坂田 省吾・林 光緒・坂田 桐子・入戸野 宏・森田 愛子 (編) (2009). 心理学基礎実習マニュアル 北大路書房

村上 正康・佐藤 恒雄・野澤 宗平・稲葉 尚志 (2016). 教養の線形代数 培風館

長沼 伸一郎 (2011). 物理数学の直観的方法〈普及版〉 講談社

岡太 彬訓 (2008). データ分析のための線形代数 共立出版

岡太 彬訓・今泉 忠 (1994). パソコン多次元尺度構成法 共立出版

芝 祐順 (1979). 因子分析法 東京大学出版会

Stevens, Stanley Smith (1946). On the theory of scales of measurement. Science, 103 (2684), 677–680.

末永 俊郎 (編) (1987). 社会心理学研究入門 東京大学出版会

高橋 正視 (2002). 項目反応理論入門ー新しい絶対評価 イデア出版局

高根 芳雄 (1980). 多次元尺度法 東京大学出版会

田中 良久 (1977). 心理学的測定法 東京大学出版会

豊田 秀樹 (2000). 共分散構造分析——構造方程式モデリング 応用編—— 朝倉書店

山田 剛史・村井 潤一郎 (2004). よくわかる心理統計 ミネルヴァ書房