

心理学データ解析基礎 1(心理学統計法)

心理学データ解析 1AB

心理学データ解析基礎 2

担当:小杉考司

Last Compiled on 2022.12.26

はじめに

授業のテーマ

「見えないもの」をみよう・測ろう・考えようとするのが心理統計の世界である。

一年を通じて伝えたいポイント

母数を知るための推測 大学での統計, 心理統計は標本の記述統計量を検証するのではなく, 母集団を表す数字を求めるための推測統計である。

確率を用いた推論 母数を知るための方法は 3 つある。代表値を用いたモーメント法, 確率分布をつかった最尤法, ベイズ法である。

要因計画と線形モデル 心理学では, 要因計画による研究条件をコントロールし, 平均値の差をもちいた考察 (平均因果効果) をおこなうことが多い。そしてそれらは総じて線形モデルとして表現できる。

モデル比較と意思決定 モデルによる母数の推定だけではなく, そこから一定の「結論」あるいは「意思決定」を行うための方法として, モデル比較や NHST といった方法がある。

統計環境 R による実践 統計環境 R を利用して, 理論的な理解だけでなく実際に計算ができることも身につけるべき技術である。

注)「科目の中でのこのコマの位置づけ」の中で示されているのは, 上記のポイントに対応した, その時間の進捗 (Level) のようなものです*¹。たとえば, 次のようにあった場合,

記述統計 [3]	確率 [2]	モデル [1]	推測・推定 [1]	検定 [0]	演習 [1]
----------	--------	---------	-----------	--------	--------

記述統計は第 3 段階, 確率についての話は第 2 段階, モデルについての話は第 1 段階, 推測・推定についての話はまだ含まれておらず, 実践は第 1 段階にきたことを表します。この進捗は, 次の表 1 に対応し, 累積するものです。

なお, 各コマにおける「標準シラバスにおける位置づけ」とは, 公認心理師大学カリキュラム 標準シラバス (2018 年 8 月 22 日版)*² との対応を表しています。

*¹ 記述統計は「一年を通じて伝えたいポイント」の基礎および準備であり, 本質ではありませんので「ポイント」には含まれませんが, 「授業の進捗」には含まれます。

*² https://psych.or.jp/wp-content/uploads/2018/04/standard_syllabus_2018-8-22.pdf

表 1 テーマと講義との対応

	記述統計	確率	モデル	推測・推定	検定	演習	page
心理学と統計法の関係							p.4
数値データの種類	1						p.6
統計環境 R の導入						1	p.8
統計環境 R の利用	2					2	p.10
記述統計量	3						p.13
測定の基礎			1				p.15
誤差と確率		1					p.17
相関と因果			2				p.19
単回帰分析			3				p.21
重回帰分析			4				p.23
R をつかった回帰分析			5			3	p.25
実験計画法 1			6				p.27
実験計画法 2			7				p.29
実験計画法 3			8				p.31
確率と統計的推論		2		1			p.34
推論と判断		3			1		p.36
帰無仮説検定		4			2		p.38
帰無仮説検定の注意点		5			3		p.40
二群の平均値差		6	9	2	4	4	p.42
要因計画と平均値差の検定		7	10		5		p.44
R による分散分析		8	11	3	6	5	p.46
確率分布とデータの関係		9	12	4			p.48
回帰分析の最尤推定		10	13	5			p.50
ベイズ推定の基礎		11		6			p.52
ベイズ推定の実際		12	14	7			p.54
ベイズ推定と判断		13	15	8			p.56
JASP によるベイズ推定		14		9		6	p.58
R によるベイズ推定		15	16	10		7	p.60

1 心理学と統計法

1.1 授業内容

1.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [0] 確率 [0] モデル [0] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [0]

1.1.2 概要

心理学を学ぶに当たって、なぜ統計学を学ばなければならないのかを考える。そのためには、心理学がサイエンスであること、サイエンスであるとは客観的であること、積み重ねが必要であることを知る必要があり、そのために数量的表現が有用であることを理解する。

1.1.3 コマ主題細目

心理学とはどういう学問か 心理学は初等教育の中には取り入れられていないにもかかわらず、心や気持ちといった用語は日常的に頻繁に用いられ、かつ重要視されているものでもある。「心理学の過去は長いが歴史は短い」といわれるが、どのようにして近代科学の仲間入りをしたのかを理解するため、サイエンスとしての枠組みを改めて問い直す。

→ 三浦 (2017) の P.1-7.

心理学の 2 つの流派 心理学には基礎と応用、という区別がされることがあるが、内容やその方法論的な区分から行けば実証主義的アプローチと了解主義的アプローチの 2 つに分類する方が良い。また基礎と応用という区分では、基礎が先に、下にあって応用が後に、上にくるような印象を持つが、それらは理学と工学の違いのように、併存して然るべきものである。

→ 下山 (2001) による研究方法の分類

近代科学の特徴 心理学は科学である、というならばその科学とはそもそもなんだろうか。ここでは近代化学の特徴として実験、数学的現象主義、機械論、要素還元主義をあげる。ニュートンやガリレオが行なったのは、関数による数学的現象主義であり、心理学そのものは基本的にその枠組みの中に位置する。すなわちアウトカム変数に対して心というモデルを立てて、そのモデルの正しさを検証することが 1 つの目的である。アウトカム変数は数量化されていなくてもよいが、数量化されていた方が正確性、客観性、比較可能性、要約可能性に優れており、かつ統計モデルの活用により表面的に現れる数字から見えない情報を引き出すことが可能になっている。

→ 三浦 (2017) の P.79-81. → 数値化の意味については川端・荘島 (2014) の P.1-6

1.1.4 キーワード

- 心理学における 2 つの検証方法

- 近代科学としての心理学
- 数学的現象主義

1.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4;心理学研究法; 1. 心理学における実証的研究法(量的研究及び質的研究); A 科学と実証

1.2.1 予習・復習課題

■予習 心理学入門の入門書として、中西・今田・志和・古満・渡邊・三浦・小塩 (2015); 道又 (2009) などを一読しておくことで、これから4年間かけて学ぶ心理学についての事前のイメージを再構築すると良い。ほかにも、日本心理学会が一般向けに出版している「心理学ワールド」が読みやすい入門雑誌であろう。あるいは心理学についてのイメージ調査については菊池 (2018) が詳しく、心理学の歴史についての専門書としては大芦 (2016) なども参考にすると良い。

■復習 本学における心理学の学習が始まる前に持っていた、心理学に対する事前のイメージをいったんわすれ、まずは広く心理学の分野について眺めた上で、入学を志望したときに持っていた心理学についてのイメージを改めて位置づけてもらいたい。心理学のより細かい専門領域に対する位置付けを把握した上で、心理学統計法のような研究方法が統一され共有されていること、とくに初年時の必須科目として位置付けられていることの意義を自分なりに見出せるように、ノートなどに授業の感想と現段階での今後の展望を書き留めるなどすると良い。

2 数値データの種類

2.1 授業内容

2.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [1] 確率 [0] モデル [0] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [0]

2.1.2 概要

目に見えない心という対象を研究するために、言語や行動によって得られた反応を記録しなければならない、記録されたものは集計、分析のために数値化される。数字やその統計的分析結果が、対象を必ずしも反映していないという直観に反するかもしれないが、数字の限界は言語の限界と同じであり、言い換えれば論述・論考・論証の限界に等しいすべての科学的領域をカバーする。ここでは数値化することで何が得られるか、その長所を理解する。

2.1.3 コマ主題細目

データと変数 個人の特徴を記述するにあたって、心理統計ではすべての情報を数値化する。これらの数字は人によって変わらうるので、一般に変数と呼ぶ。また、目に見える変数を観測変数やアウトカムとよぶが、目に見えない心の状態をデータから取り出したりする場合は、それを潜在変数と呼んで区別する。

→ データの分類については、[山田・村井 \(2004\)](#) の P.18-21。

変数の分類 実際に心理学ではどのようなものを研究対象としているかの事例をいくつか見ることで、何が変数として使われているか、それがどういう枠組みで使われているかを理解する。心理学研究のほとんどが、予測変数/被予測変数の関係で議論されていることから明らかのように、心理学での研究関心の多くは因果的効果の検証にある。ただし、相関関係と因果関係は異なることに注意が必要である。

→ 使い方による変数の分類は、[山内 \(2010\)](#) の P.4-5、因果関係と相関関係の区別については[三浦 \(2017\)](#) の P.30-34、より詳細には[豊田・前田・柳井 \(1992\)](#) の P.24-66 に詳しい。

尺度水準による分類 すべての数字が四則演算が可能かと言われると、そうではない。尺度水準とは、数値が持つ情報や性質の段階を表す言葉であり、[Stevens, S.](#) が提唱した4段階の区別がとくに重要である。この尺度の四水準について理解し、得られた数字データがどの水準に該当するかを判別することができるようにならなければ、誤った統計処理をすることになるため注意が必要である。

→ [川端・荘島 \(2014\)](#) の P.9-16、あるいは[山田・村井 \(2004\)](#) の P.22-25。

データの可視化 数値化されたデータは可視化することでその全体像がわかりやすくなる。他に、数字を見ていただけでは気づかない変数間関係が可視化されることで理解されることも少なくない。得られた

データは基本的に可視化しなければならず、その重要性および可視化に当たっても再現性を担保するため、グラフ描画の文法があることを理解する。ただし、ここでは統計環境 R のパッケージ、ggplot2 の用法に限定的に言及している。可視化の文法については、心理学業界ではまだ広く浸透した概念とは言い難いが、見た目の美しさのみならず、論理的な美しさや再現可能性の観点から考えて重要である。

→ 松村・湯谷・紀ノ定・前田 (2021) の 4 章に詳しい。近年では Healy (2018) が一冊を通じて可視化について論じており、とくに第 1 章は心理学的観点から論じられているため必読。

2.1.4 キーワード

- 観測変数と潜在変数
- 尺度の四水準
- 相関関係と因果関係
- データの可視化

2.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4; 心理学研究法; 1. 心理学における実証的研究法(量的研究及び質的研究); C 実証の手続き

2.2.1 予習・復習課題

■予習 一般に、データに基づいて (Evidence Based) 論証・考察することが主観的な思い込みから脱却する第一歩である。また常識的な知識であっても、その情報をアップデートしていかなければならない。このことについて、Rosling, Rosling and Rönnlund (2018) を呼んでみると良い。尺度水準については心理学や心理統計の入門的テキストでは必ず触れられる項目であり、三浦 (2017); 川端・荘島 (2014); 山田・村井 (2004); 小杉 (2018, 2019) などを手に取って確認しておくが良い。

■復習 身の回りにあるさまざまな数字に注意を払い、それらがどの尺度水準の情報を持っているかを考えるだけで十分な復習になる。また逆に、四つの水準それぞれの代表例を身近な例から考えて見ると良い。可視化についても、身の回りのグラフが適切に情報を反映しているかどうか、検証するための材料には事欠かない。とくにこれはおかしなグラフになっている、というのを発見した場合はすぐに担当教員まで連絡して欲しい (小杉は「間違ったグラフ」フォルダのなかにさまざまな悪用例をコレクションするのが趣味であり、教材として用いることも少なくないため、是非協力してもらいたい)*3。

*3 <mailto:kosugi@psy.senshu-u.ac.jp>

3 統計環境 R の導入

3.1 授業内容

3.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [0] 確率 [0] モデル [0] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [1]

3.1.2 概要

携帯電話やタブレットが誰でも身近に利用できるようになってきてはいるが、それらはあくまでも受動的にサービスを利用する媒体であり、執筆や計算などユーザが能動的に電子機器を利用するにあたっては、パソコンの利用は不可欠である。本講義だけでなく、心理学の研究をする上でも当然パソコンの利用は必須であり、とくに統計的データ処理をするにあたってはより深く知る必要がある。また、Excel や Numbers などの表計算でも記述統計量やグラフの作図はできるが、それ以上の「複数の変数を扱った多変量解析」や「群間の平均値の差を細かく検証する」といった心理統計的な作業には不十分なのである。そこで、より専門的なツールとして統計環境 R を導入する。統計環境 R は専修大学人間科学部心理学科が公式に採用している統計環境であり、これを活用する総合開発環境である RStudio の基本的な使い方、結果の再現性を担保するための工夫などについても言及する。それに先立って、コンピュータの基礎知識についても解説する。

3.1.3 コマ主題細目

パソコンのファイル構造 あらゆる媒体が情報という一元化された単位で扱われるのは便利なことではあるが、一見してその違いがわからないのは不便である。そこでファイル名には拡張子と呼ばれるファイルの種類を区別する情報を付与する。また、ファイルがたくさん出来上がって管理できないのも困るので、いくつかのファイルをまとめるフォルダ/ディレクトリという単位でまとめて置くことを理解する。またこれらのファイルがどこにあるかをしっかり理解する必要がある。とくにクラウド/ローカルの違いについて注意しておく。

統計環境 R/RStudio の準備 心理学科では基本的に統計環境 R を共通のツールとして用いる。統計環境 R はフリーソフトウェアであり、誰でも無償で利用できる環境である。また、R 単体では簡素な言語的やりとりができるに過ぎない。ファイルの操作や描画機能、記録、参照、管理など統計言語を扱うに当たって必要な総合的環境として RStudio を併用することで、その利便性は飛躍的に向上する。まずは R/RStudio を導入し、基本的な画面構成やプロジェクトによる管理ができることを確認する。

→ R についての入門書は多くあるがここでは小杉 (2019) の P.1-7 を挙げておく。同じく RStudio を使った入門書は多くあるがここでは小杉 (2019) の P.7-24 を挙げておく。

R の基本操作 環境が整ったところで、R の基本的な操作を見ていく。まずは R スクリプトをつかって、四則演算や関数計算、データの形式やパッケージの導入と利用について理解する。スクリプトペインとコンソールペインの違いを理解し、またスクリプトとして清書しておくことで計算手続きの記録がつけられることの利点を理解する。

再現性のある研究実践へ 今後、パソコンを使って文章のみならず、図表も作成することになる。統計的分析結果の出力も、プログラムによって行うことになる。コンピュータにおいてプログラムが実行されるとはどのようなことか (適切なファイルへのアクセス) を理解し、またプログラムを書いて実行するときの注意点について理解する。とくにエラーとその報告の仕方については、恐怖心に駆られることなく対応すべきである。そして研究の実践とその成果が「動作」ではなく「指示書」として記録に残ることは、研究の再現性を高めるためにも重要な営みであることを理解する。Git による文書のバージョン管理や、OSF など情報の共有など、最新の研究実践方法についても言及する。

3.1.4 キーワード

- ファイル, フォルダ, 拡張子
- R と RStudio
- プロジェクト
- 再現性のある研究実践

3.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5; 心理学統計法; 2. 統計に関する基礎的な知識; C エクセル, R, SPSS 入門 (1) 統計分析のための言語の手ほどき プログラムの基本的操作

3.2.1 予習・復習課題

■予習 大学生活では PC を使うことがほぼ確実に必要であり、今後の社会においてもその能力は間違いなく生きてくるので、なるべく早い段階で PC を所持し、ブラインドタッチなど基本的な技術を身につけておく。

■復習 自分の PC のユーザ名, ファイル名, 拡張子の付け方などを確認し、半角英数になっていないか確認しよう。今後ファイルを作ることがあれば、半角英数文字で名前をつけるよう癖づけておいたほうが良い。これらは未然にエラーを防ぐことにもなる。

4 統計環境 R の利用

4.1 授業内容

4.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [2] 確率 [0] モデル [0] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

4.1.2 概要

前回に続き、R を使った演習を行う。今回はの分析結果と文章化を 1 つのファイルでまとめて利用できる、Rmarkdown というファイル形式について学ぶ。Rmarkdown を利用することで、分析手続の記録と結果の出力を一元管理することができる。具体的なデータ分析に先立って、外部ファイルの読み込みについての演習を行う。ファイルの場所、種類 (拡張子)、エンコードなどの基本的な理解ができているかを、ここで改めて確認する。今後、データを表計算ソフトなどで作成する機会も増えてくるが、それに向けてデータの入力、分析しやすいデータ形式である整然データの解説を行う。最後に、グラフなども表計算ソフトではなく、描画の文法に乗って行うことを ggplot2 パッケージを利用しながら確認する。

4.1.3 コマ主題細目

Rmarkdown による動的な文書作成 RStudio を R の実行環境として捉えるだけでなく、R のもつ豊かなパッケージ群と RStudio のもつ統合的な環境とを合わせて活用することで、文書作成を 1 つの環境の中で統合的に扱うことができるようになる。Rmarkdown という R の書式の 1 つについて理解し、データの処理と報告書の作成を統一された環境で行うことで、複数の環境を跨ぐことによって生じる問題 (ex. コピペ汚染) から脱却し、再現性のある実行環境を維持する取り組みについて理解する。

→ 小杉 (2019) の P.171–188。再現可能性も視野に入れたより専門的な参考図書は高橋 (2018)。

外部データの読み込み 初学者が最もつまづきやすい点のひとつが、外部データファイルの読み込みである。つまづきやすい点として、ファイルが指定した場所がないこと、ファイルの形式が適切でないこと、ファイルのエンコードが異なることなどが挙げられる。プロジェクトで管理されたフォルダにおいて、CSV 形式ファイルを UTF-8 形式で読み込むことを徹底する。

整然データ データを分析する際には、データの持っている尺度水準と特定の値に紐づけられた情報が、行と列の指定で一意に特定できることが重要である。このようなデータのことをとくに整然データという。整然データを目標としたデータの入力の必要性を理解する。また不適切に入力されたものであっても整然データの形に整形するための技術が必要であり、こうしたデータ加工の基本的な操作について説明する。

→ 整然データについては <https://id.fnshr.info/2017/01/09/tidy-data-intro/> がわかりやすい。

ggplot2 によるグラフの文法 大量のデータが整然とした形に整えられ、そこから情報を汲み取る時にまず

行うのが可視化であり、データの要約統計量による理解である。ここでは先のデータの整然化を経て、理解を進めるグラフを描画するための文法について理解する。R の ggplot2 パッケージをもちいて、ヒストグラム、ボックスプロット、散布図の描画、それらの群ごとの色分けや掻き分けなどがスクリプトによって実現できることを理解し、一度描画言語で記述することで再現性を高めることができることを理解する。

→ 松村他 (2021) を参照

4.1.4 キーワード

- プロジェクト管理
- CSV ファイル
- UTF-8 形式
- 整然 (tidy) data
- ggplot2

4.2 授業情報

■コマの展開方法 演習; 4号館 4F の PC ルーム 1/2 に別れて、実際の PC を使う実習を伴った授業を行う

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 2 統計に関する基礎的な知識; C/D/E エクセル, R, SPSS 入門

4.2.1 予習・復習課題

■予習 受講生の中にはまだ、Excel などの表計算ソフトを実際に利用・活用したことがないものがあるかもしれない。住所録や家計簿といった身の回りの情報であっても、数値化して入力されたものを一覧にし、必要な関連キーワードによってまとめ、特徴を描写するなどの方法は、高度に情報化された現代社会では基本的な素養の 1 つである。身の回りでのデータの活用例について事前に情報収集し、本時で学ぶ内容を即座に活用できるような側面についていろいろ考えておくことも予習になる。また有償であるソフトウェアは、品質保証と引き換えにその内部構造が企業秘密＝ブラックボックスであり、そのことを問題視するフリーソフトウェアという考え方がある。フリーソフトウェアについては Stallman (2003) に詳しく、事前知識として一読すると良いだろう。

■復習 R および RStudio を使った実習については、大学の PC 環境で利用できるのはもちろんであるが、フリーソフトウェアなので個人所有の PC にインストールすることができる。小杉 (2019) を参考に、手元の環境で実行環境を構築することで、今後の分析やレポート作成に向けた準備にもなる。授業時間内に課される課題を Rmd 形式で提出することが求められる。時間内に学んだ技術を用いて、レポートを提出すること。なおこのレポートの提出は前期の単位認定にあたっての必要条件であり、基準に満たないレポートは再提出を求める。前期試験の前にパスすることが、前期末試験を受験するための前提条件であることを承知して

おくこと。

5 記述統計量

5.1 授業内容

5.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [0] モデル [0] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

5.1.2 概要

統計の基本は集めたデータを集計し、要約統計量で表現することである。手元にあるデータの詳細を記述するため、これは記述統計 (descriptive statistics) と呼ばれる。いかなる進んだ分析を行うに当たっても、必ず可視化および記述統計による特徴の把握を欠かすことはできない。また要約統計量はその性質上、必ず有意な情報を捨て去って代表的な性質を表すものであり、単一の指標だけで考えることは危険であることを理解し、活用できるようにする。

5.1.3 コマ主題細目 (3-5 項目箇条書き)

中心化傾向の指標 散らばりを持つデータの中心についての要約統計量として、平均値 (mean), 中央値 (median), 最頻値 (mode) の3つがあげられる。それぞれの特徴および算出方法、その際の注意点についても理解する。また、計算や表現の利便性のため、 \sum という総和記号を用いる。

→ 山内 (2010) の P.27-35, 山田・村井 (2004) の P.30-33, 川端・荘島 (2014) の P.23-26.

散らばりの指標 データにとって重要なのは中心化傾向の指標だけではなく、むしろその散らばりについての指標である分散 (variance), 標準偏差 (standard deviation) が重要である。加えて最大値 (max), 最小値 (min), 四分位偏差 (quantile), パーセンタイル (percentile), 範囲 (range) などが散らばりを表す指標として用いられる。ここではそれぞれの特徴および算出法について理解する。

→ 山内 (2010) の P.37-48, 山田・村井 (2004) の P.34-37, 川端・荘島 (2014) の P.26-33.

標準化 平均値と標準偏差を導入したことで、データ点の相対的位置を表現することが可能になった。心理学の研究対象の多くは、絶対ゼロ点をもたない間隔尺度水準であり、個々のデータ点の特徴を記述する際には相対的な位置である標準得点で表されることが多い。ここでは標準化の方法と標準得点の特徴、標準得点の応用である偏差値の特徴および算出方法について理解する。

→ 山内 (2010) の P.54-56, 山田・村井 (2004) の P.38-41, 川端・荘島 (2014) の P.36-40.

標準化された差 心理学の多くは単位を持たない測度で考えるため、標準化されたスコアすなわち単位のない測度での比較検討を行うことが多い。これが差の効果量の基本的なアイデアなので、ここで一瞥しておく。

→ 効果量については大久保・岡田 (2012) を参照

5.1.4 キーワード

- 平均値, 中央値, 最頻値
- 分散, 標準偏差, 最大値, 最小値, 四分位偏差, パーセンタイル, 範囲
- 標準得点, 偏差値
- 標準化された差, 効果量

5.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; A 記述統計: 代表値と散布度/B 記述統計: 相関

5.2.1 予習・復習課題

■予習 統計分野は 2012 年 (平成 24 年) より, 高校数学の必修である数学 I で新たに扱われることとなっているため, 受講生諸君はすでに算術平均や相関係数について一度は習っていると思われる。内容について自信がない場合は, 高校数学のテキストを読み返し, キーワードにあげられている要約統計量について予習をしておくこと。また心理統計は統計学のユーザでもあるので, PC を使ってこれらの指標を計算できるように準備, 練習しておくことが望ましい。

■復習 今回の内容については, 心理統計の各種テキストの中に必ず含まれている内容であるから, 類書の当該箇所について自分なりの復習をしてもらいたい。山田・村井 (2004) はユーザー目線から丁寧な記述がされている良書であり, とくに以降の推測統計については慎重かつ緻密な言葉遣いで記述されていることから, 日本の多くの心理統計業界でのテキストとして愛用されている。川端・荘島 (2014) は山田・村井 (2004) 以上に丁寧かつ細部にまで言及され, 言葉遣いも柔らかいので大変読みやすく感じる。とくにこの本はシリーズ化されていて, 研究領域ごとに特化した統計分析がテーマになっている*4。山内 (2010) は数学的記号が多用されており, 敷居が高く感じる読者もいるかもしれないが, 一冊で網羅的に記述されており相関・回帰を先に導入するなどモデルベースの観点から記述されている点が特徴的である。

数学的表現は難解に思えるかもしれないが, 必要十分な情報がすべて盛り込まれているし, 何より積み重ねの学問であるので, 不明な点が出た場合は定義に戻って確認しておくことを習慣付けよう。また記号だけの理解ではなく, 実際に数点のデータをとって, 各統計量を手計算, あるいは PC を使って算出する練習をしておくが良い。記号 \sum に関する例題としては, 山内 (2010) の P.10-13 が適当である。

*4 なお, このシリーズの各巻末にある著者紹介は大変ユニークであるので是非順番に読んでみよう。

6 測定の基礎

6.1 授業内容

6.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [0] モデル [1] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

6.1.2 概要

ここでは心理学がいかにしてデータを得るかについて、心理学的測定論の話に触れる。心理学的測定は古典的テスト理論に始まる。受講生はもちろん多くの人間が「テスト」で学力その他を測定された経験があると思うが、そもそも良いテストとはどのようなものか、良いテストの項目とはどのようなものか、なぜテストをすることで学力等が正しく測定できると考えるのか、といったことについて体系的に習うことは少ない。テストは目に見えない学力を測定するためのものであり、質問という項目に対する反応からそれを測定しようとするという営みであると考えれば、同じく目に見えない心を測定し、刺激に対する反応からその実態の存在を類推しようとする心理学との類似性・親近性は自ずと理解されるところである。

6.1.3 コマ主題細目 (3-5 項目簡条書き)

テストと心理学 心理学の研究の基本は $S \rightarrow R$ 図式であり、関数主義による実態の把握であった。心理学者はもちろん、一般に我々が想定する「心」も、一定の反応傾向を見せる個人という実体の内部モデルとしてである。人間の性格についての歴史的変遷 (類型論から特性論へ) を踏まえ、質問紙調査などの研究方法によってアプローチしようとしている研究の基本的枠組みを、テスト (測定) という観点から改めて捉える機会とする。

→ Grimm and Yarnold (2001) の P.20-25.

測定のモデル 古典的テスト理論は $X = t + e$ というごく単純な数式で表現されるが、ここから導出される含意は非常に大きいものがある。観測値をそのまま用いず、潜在変数としての真値 t と誤差 e の統合されたものとしてみるという視点は、ハードサイエンスのように測定の精度が高い科学領域や、経済学や商学などのように 1 円のズレも認められない社会科学領域とは違い、「測定はされたものの正しいかどうかは即断できない」という非常にあやふやな事実 に立脚したソフトサイエンスたる心理学の、良心であるとも言える。

→ 熊谷・荘島 (2015) の P.10-12.

テストの平均値と真値の関係 古典的テスト理論における測定に含まれる誤差は系統誤差と偶然誤差に分けることができる。系統誤差は取り除くべき問題であり、これが適切に対応されたと仮定すると問題は偶然誤差の振る舞いである。偶然誤差の平均は 0 であると考えられるから、複数の項目を測定することで真値が得られると考えられる理論的根拠が導出される。ここではこの過程を確認するとともに、類似した項目を幾度となく繰り返して測定する尺度がなぜそのような形式を取るようになってい

のか、その原理について理解する。

テストの分散と信頼性・妥当性の関係 古典的テスト理論のモデルを分散について同様の式展開を行う。ここでは誤差の新たな性質である、他の何者とも相関関係にないことから、テストで得られる分散が真の分散と誤差の分散「だけ」に分割されることを理解し、テストにおける信頼性の定義を行う。また目に見えないものを測定しようという営みである限り、信頼性だけでなく妥当性についても考えなければならないが、数値化できる信頼性とは違って妥当性は論証するしかないこと、信頼性は妥当性の上限であることを理解し、心理学における測定の重要性を再確認する。

→ テストの信頼性については上述の [Grimm and Yarnold \(2001\)](#) の P.20–25。

6.1.4 キーワード

- 古典的テスト理論
- 偶然誤差と系統誤差
- 信頼性
- 妥当性

6.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4;心理学研究法; 1. 心理学における実証的研究法(量的研究及び質的研究); C 実証の手続き

6.2.1 予習・復習課題

■予習 これまで受けてきた試験のなかで、良問、悪問はどのようなものであったか考えてくると良い。翻って、一番良いテスト項目とはどのようなものであるかについて検討できれば、一歩進んだ予習になる。また、アキネータ (<https://jp.akinator.com/>) と呼ばれるインターネット上の遊び、古くは 20 の扉 (20 Questions) などに触れ、「質問によって正統を導き出す」ための、効率の良い問いの立て方について考えるだけでも予習になる。

■復習 Σ や文字を使った平方の展開など、基本的には中学数学程度の知識でフォローできる知識範囲であるが、自分自身で式展開をフォローできるかどうか再確認しておくこと。とくに古典的テスト理論における平均や分散から導出される意味については、(非常に容易なため) テキストなどには逐一記載がないが、わかったふりをするのではなくしっかりと自分で再生できるか確認すると良い。

心理学をはじめ人文社会科学においては、純粋な数学力というよりは、数式のもつ意味を理解できるかどうか肝要である。単純な式展開の中に多大な意味が含まれていることを理解すると、数学が 1 つの言語であるということが実感できると同時に、今後の心理統計における数式に対しても嫌悪感を低減することができる。

7 誤差と確率

7.1 授業内容

7.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [1] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

7.1.2 概要

今回は偶然誤差の平均について注目したが、どのように振る舞うのかを確定できない変数について対応するために、我々は確率分布を利用する。統計学と確率は切っても切れない関係にある。記述統計ではデータの中心的な位置、ばらつきの幅を記述することができたが、それらがどのような規則性を持つかを記述するのが確率分布の考え方である。確率の基本的な性質と、生じうる結果の一覧としての確率分布を理解する。最も単純な二項分布から始め、その施行回数を極限まで増やしたものを考えると正規分布が導出される。正規分布は

7.1.3 コマ主題細目

確率分布 確率という言葉は不確実な事象を表現するための表現であることを確認し、コルモゴロフの公理に従う数字という事実のみならず確認する。その上で確率的な事象と見立てて確率の言葉で記述するとき、起こりうるすべての可能性を網羅的に表したものを確率分布ということなど、確率変数や確率分布の表現について理解する。離散変数の場合は確率質量関数とよばれる、すべての起こりうるカテゴリに付与された確率の一覧がその確率分布となる。連続的な分布の場合は確率密度関数と呼ばれる関数に変わることには注意が必要である。連続変数の場合、一点の確率は定義できず、区間の面積が確率の数字になる。

→ [Kruschke \(2014\)](#) の P.83-88

二項分布 確率分布の中でも最も単純なのがベルヌーイ分布であり、それを拡張したのが二項分布である。

離散変数の代表的な例としてベルヌーイ分布と二項分布について、数式や表記法とともに理解し、また確率分布の平均値である期待値、確率分布の分散を表す方法を学ぶ。

→ [野島・繁樹・山田 \(2019\)](#) の P.66-68

正規分布 測定に誤差が含まれている可能性については、ティコ・ブラーエ、ケプラーなどによって、天文学における膨大なデータと、それに対する天体運動の数式の当てはめを考えていた頃から懸念されていた問題であった。ガウスは誤差のありうるべき形を考え、そこから正規分布を導出しており、これがひいては総合的・社会的な分布として利用されるようになる。ただしここではあくまでも、誤差分布としての正規分布について解説する。

→ [長沼 \(2016\)](#) の P.16-40, あるいは少し数学的な説明が長くなるが、[西内 \(2017\)](#) の P.408-430

標準正規分布 さまざまな現象が正規分布に従うとしても、平均値や標準偏差が異なるのであれば相対的な比較はしにくい。しかし素点を標準化しておく、標準正規分布に照らし合わせることで推測をすることができる。確率密度、確率点、累積確率、などについて数字の表や統計環境 R をもちいた例を示しつつ、標準正規分布の活用の仕方について理解する。

→ 川端・荘島 (2014) の P.36-44, 山田・村井 (2004) の P.86-89。

7.1.4 キーワード

- 確率
- 確率分布
- ベルヌーイ試行, ベルヌーイ分布, 二項分布
- 正規分布

7.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; D 離散分布: 二項分布を中心として

科目番号 5 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; E 連続分布: 正規分布を中心として

7.2.1 予習・復習課題

■予習 これまで習ってきた高校数学の、確率・統計に関する記述を改めて読み直してこの授業への準備としよう。確率についての数学は比較的歴史が浅く、また専門家でも間違えることの多い学問領域であるが、同時にギャンブルや保険の利率計算など生活に密着した数字でもある。副読本として読み物浜田 (2018) や Kruschke (2014) を挙げておくので、最初の数章だけでも目を通しておくと心構えができるだろう。

■復習 正規分布の数式は大変複雑な形をしているように見えるが、その本質は「左右対称」かつ「単峰」であることである。この点については長沼 (2016) が言葉による解説を行っており、数式に苦手意識を持っていてもわかりやすいので一読するとよい。連続変数における確率は確率密度として表現されることについて、Kruschke (2014) の P.84-88 を読みながら復習すると良い。最後に身近なデータをつかって、変数の標準化と標準正規分布における相対的な位置の推測の仕方について、確認しておこう。計算に際しては Excel/Numbers/Calcs などの表計算ソフトが持っている確率密度関数や、統計環境 R のそれを使うとよい。

8 相関と因果

8.1 授業内容

8.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [2] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

8.1.2 概要

これまでは1変数の記述や、潜在変数の説明をしてきたが、ここからは複数の変数について考えていくことになる。変数同士の関係は、共分散やその標準化した相関係数で記述することができるが、相関係数は直線的関係についての指数であることや、表面上の相関関係が必ずしも本質を反映していない可能性があることに注意が必要である。相関関係と因果関係の違いを注意深く理解し、交絡変数に影響された擬似変数になっていないか、といったところを注意する必要がある。複数の具体的な例を提示しつつ、因果関係と相関関係の違いや、スナップショット的研究では相関関係しかわからないこと、実験/介入の効果を見るためにどのような点に注意しなければならないかといった研究法の一部に言及しつつ理解を深める。

8.1.3 コマ主題細目

変数間関係の指標 ここまでは1つの変数についての特徴を記述するものであったが、次に複数の変数による変数同士の関係を考える。変数間関係の指標としては、順序相関や連関係数なども含まれるし、クロス集計表も変数間関係を表すものである。中でも連続的な変数に対する指標としての共分散、それを標準化したスコアにしたものがピアソンの積率相関係数であることを理解する。また相関係数はあくまでも変数間の直線的関係についての記述であり、相関係数だけを見て判断すると対象の理解を誤る場合があることに注意する。

→ 山内 (2010) の P.62–75, 山田・村井 (2004) の P.44–59, 川端・荘島 (2014) の P.48–58.

相関の落とし穴 見かけ上は相関があるように見える例として擬似相関がある。他にも、打ち切りデータや層別の問題など、相関係数の大小だけでは気づかない点も多い。具体的な例を参照しつつこれらの問題点を指摘し、またデータを入手した時に散布図を複数書くことで直感的な判断ミスを避けることができる。

→ `datasauRus` パッケージには、記述統計が同じだがプロットがまったく異なる12のケースが含まれていて参考になる。可視化の重要性については Healy (2018) を参照。

因果関係 相関関係があるところに、因果的な説明をしてしまいがちであるが、因果的な説明をするためには相関以上に注意が必要である。因果関係を見るために必要な、時間的先行性、他の原因がないこと、他の結果に至らないことなどの諸条件を確認する。マスコミなど周りの例から、相関と因果を取り違えて判断している悪例を示す。

→ 相関と因果の違いについては、豊田他 (1992) に簡潔にまとめられている。

交絡 第三の隠れた変数によって、見かけ上の相関が生じている可能性もある。こうした変数のことを交絡変数と呼ぶ。調査研究などの場合は、関係するすべての変数を集めて統計的に統制することを考えないと、交絡変数の影響で結果が正しく評価できなくなることに注意が必要である。また現実問題として、実験的に統制できないことが多いことにも注意が必要である。

→ 因果効果を考えるための導入として安井 (2019) を参照。

8.1.4 キーワード

- 相関係数
- 相関関係と因果関係
- 擬似変数
- 交絡要因

8.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; B 記述統計: 相関

8.2.1 予習・復習課題

■予習 分散, 標準偏差, 標準化の手続きについて再確認しておくこと。分散は自分自身との共分散という形で理解することができるし, 共分散を標準化したものが相関係数になるからである。

■復習 我々がアクセスできる情報の中にも, 相関関係を因果関係のように捉えて類推し, ミスリーディングな表現になっているものも少なくない。身の回りのこうした事例をひとつ挙げ, どのように間違いがあるか, 正しくはどのように考えるべきかについて, 論じてみよう。これはデータリテラシーの問題でもあるし, 統計法の初歩的問題でもある。

9 単回帰分析

9.1 授業内容

9.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [3] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

9.1.2 概要

古典的テスト理論から測定に含まれる誤差を知り、誤差が正規分布に従っていると考えることで、平均の位置を推定することができるようになった。ここでは他の変数との関係から、平均の位置が関数で表現される最も単純な場合、線形モデルについて考える。

9.1.3 コマ主題細目 (3-5 項目箇条書き)

相関係数とモデル 記述統計の中で学んだ複数の変数間関係を記述する共分散、相関係数について再確認する。とくに相関係数が線形関係の指標になっていたことに留意する。しかし逆に考えれば、線形関係が見出せるような散布図であれば、我々が「見出している」関数がどのような形であるかを考えることができる。

→ 小杉 (2018) の P.51–52.

予測と線形モデル 変数間関係を記述する最も単純な形として、一次関数を用いたものを考える。現象に対して関数で記述する数学的現象主義、変数を説明変数と被説明変数として捉えること、予測に誤差が加わって現象となることなど、これまでの議論をデータと数式に置き換えただけであることをしっかりと理解する。さらに単回帰分析の数式的記述について理解する。とくにデータ (X_i, Y_i) 、予測値 (\hat{Y}) 、誤差 (e_i) 、回帰係数 (b_0, b_1) として表される記号の細部にまで注意を払い、その意味を理解する。

→ 豊田 (2017) の P.27–28.

最小二乗法 最小二乗法によって推定値が算出できることを理解する。数式の細かい展開はここでは行わず、最小化する目的関数の直観的理解に止める。また算出された係数 (傾きと切片) がどのような意味を持つのか改めて理解する。

→ 豊田 (2017) の P.30

残差と決定係数 回帰係数が計算されれば、実際のデータに対して予測値を計算することができ、予測がどの程度適合していたかを検証することができる。予測値と被説明変数との差分を残差 residuals と呼ぶが、この両者の相関係数を重相関係数、その二乗したものを決定係数と呼んでモデルの適合度を測る指標にすることを理解する。

→ 野島他 (2019) の P.58-60.

9.1.4 キーワード

- 一次関数
- 予測値, 誤差, 回帰係数
- 最小二乗法

9.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; C 記述統計: 回帰

9.2.1 予習・復習課題

■予習 共分散および相関係数の算出方法について, 第 3 回の講義を参考に復習しておくこと。

■復習 山内 (2010) の P.62–81 は相関係数と回帰分析を 1 つの章にまとめて解説しているので, 予習と復習の両方に適した参考書である。この本は続く章に母集団と平均の言及がある, すなわち回帰分析の最小二乗法による解の段階では, 記述統計の範囲で議論できることではあることにも気づかされる。最小二乗法による回帰係数の算出については, 偏微分連立方程式を用いれば簡単に計算できるが, 偏微分連立方程式とは何かに遡って解説している本当して小杉 (2018) の P.104–112 がある。また最小二乗法に頼らずに算出することも, 手数はかかるが不可能ではない。その場合については西内 (2017) を参考のこと。概念的理解が困難に思える場合は, 小杉 (2018) の P.54–57 を参考に実際に R で計算して確かめてみると良い。

10 重回帰分析

10.1 授業内容

10.1.1 科目の中でのこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [4] 推測・推定 [0] 検定 [0] 実践 [2]

10.1.2 概要

回帰分析によって、データにモデルを当てはめて係数の推定値を得るということを行った。データにもっとも適した形を求めて計算を行ったが、そのこととモデルが適していたかどうかは別である。この点を理解するためには、モデルの適合度について考える必要がある。モデルが適合しているということを踏まえた上で、説明する変数が増える重回帰分析へと議論は展開する。ここでは説明変数の読み取り方への注意を促すべく、偏相関係数の考え方を解説し、偏回帰係数、標準化偏回帰係数などの用語について理解する。最後に、多重共線性の問題についても指摘する。

10.1.3 コマ主題細目 (3-5 項目箇条書き)

重回帰分析 説明変数が複数に増えた場合の回帰分析は、重回帰分析 Multiple Regression Analysis と呼ぶ。数式的な表現としては項が増えるだけであるが、データのプロットを考えると三次元以上の回帰平面に拡張されていること、それでも面は湾曲していない、すなわち線形関係であることを理解する。

→ 小杉 (2019) の P.168, 図 10.7 の回帰平面図を参照

部分相関と偏相関 続く偏回帰係数の理解に先立って、部分相関の考え方を理解しておく必要がある。会期分析によって、被説明変数の分散が説明される部分と残差の部分に分離させられること、残差と説明変数は相関しないことを確認し、残差は説明変数の影響を除外したものと考えることができる。これは条件を必ずしも統制できない事象において、統計モデル的に統制していることでもある。これを踏まえて、変数間関係を改めて理解する。

偏回帰係数 部分相関の説明において、残差が分離されることを見てきたが、残差同士の相関関係はとくに偏相関ということができる。これは共通する変数からの影響を除いた変数間関係であり、これを見るだけでも変数間関係を見ることにつながる。とくに残差変数を使っての回帰分析を行うとき、得られる係数が偏回帰係数である。重回帰分析における回帰係数はこのように条件付きで考えなければならない。また変数を増やすことで重相関係数の増加することを理解する。

→ 小杉 (2018) の P.60–63.

標準化された係数 回帰係数については、素点による回帰係数が理解しやすいが、単位に左右されるものでもあるので相对比较をする場合はすべての変数を標準化した標準化解を用いた方がわかりやすい。標準化解を用いても適合度は変化しないことなど留意点とともに有用性を理解する。

→ 小杉 (2018) の P.66–67.

10.1.4 キーワード

- 残差
- 決定係数
- 重回帰分析
- 偏相関係数, 偏回帰係数
- 標準化解

10.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; C 記述統計: 回帰

10.2.1 予習・復習課題

■予習 説明変数が1つの回帰分析について, 数式的表現や最適化関数(最小二乗法)の意味について概念的な理解で十分なので再確認しておくこと。後者について今回も同じ基準が用いられるが, 説明変数が複数になる場合は解析的算出には行列計算の知識が必要である。行列計算については, 二年次の統計に関する講義で扱う予定であるが, 興味があるものは「線形代数」をキーワードに予習すると良い。初学者には結城(2018)が, あるいは岡太(2008)がよい。

■復習 豊田(2017)のP.89-98は本時の内容がわかりやすくまとめられているので, 通読しておく和良好的復習になる。また重回帰分析は広く用いられる手法なので, Grimm and Yarnold(1994)の第二章などを読んで, どのような使い方をされているのか, また前提となっている条件や利用上の問題点などについて, 講義時間内で触れられなかった諸問題についての知識を補完しておいてもらいたい。

11 Rをつかった回帰分析

11.1 授業内容

11.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [5] 推測・推定 [0] 検定 [1] 実践 [3]

11.1.2 概要

回帰分析や重回帰分析について、基本的な概念や用語・推定値の意味は前回までに習得済みであるが、それが統計環境では実際どのようにして算出されるか、算出された数字はどのような意味があるかについて具体的に理解することを目的とする。座学の中では記号としてしか意味を持たなかったものが、実際の数字として得られるとより理解が深まることにもなる。統計環境は R を用いるが、SPSS そのほかの統計パッケージを用いても同様の出力が得られる。統計環境が変わる可能性もあるので、出力画面の位置で内容を覚えるのではなく、意味的な理解をしておく必要がある。

11.1.3 コマ主題細目

散布図の描画 線形回帰はその名の通り線形関係をモデルで表現するものであり、非線形な関係や外れ値の存在などがあれば適切な推定値が得られたことにはならない。分析をする前にまずデータの様子を確認するために、散布図の描画は必ず行わなければならない。第 4 講の復習を兼ねて、ggplot による散布図の描画を行う。

→ 松村他 (2021) の P.126–138.

線形回帰の実行 データが読み込まれれば、*lm* 関数によって最小二乗法による回帰分析を行うことができる。R による関数関係の記述 (formula) の方法を理解し、出力結果から適切な読み取りができるよう、どのような用語でどのような出力がなされているかをしっかり確認する。

→ 小杉 (2018) の P.54–60.

残差のプロット *lm* 関数から返される結果オブジェクトの中には、予測値 \hat{Y} が `fitted.values`、残差が `residuals` という変数名で保存されている。これらを取り出したり図示したりすることで、回帰分析の諸特徴を理解する一助となる。数理的な導出は小杉 (2018) の P.127–135 にあるが、具体的な数字としてこれを確認し、理解する。

→ 小杉 (2018) の P.54–60.

重回帰分析の実行 統計環境において重回帰分析を行うのは、説明項を 1 つ追加するだけで良いので作業としては容易い。ただし解釈に注意が必要であることを再確認し、また標準化偏回帰係数の算出方法についても理解を進める。また変数を増やす前と増やした後で、重相関係数が増加することを確認する。

→ 小杉 (2018) の P.63–67.

11.1.4 キーワード

- ggplot2
- lm 関数
- formula 表記
- fitted.value と residuals
- 標準化偏回帰係数

11.2 授業情報

■コマの展開方法 演習; 4号館 4F の PC ルーム 1/2 に別れて, 実際の PC を使う実習を伴った授業を行う

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 2 統計に関する基礎的な知識; C/D/E エクセル, R, SPSS 入門

11.2.1 予習・復習課題

■予習 第 4 講と同じ教室・形式で行われる。R や RStudio, プロジェクトによる管理など基本的なことを改めて教示しないので, 前回の復習をかねて空いている時間に PC ルームで基本的な R/RStudio の挙動について理解しておくが良い。また R の内部でどのように数字やデータが扱われるかについて, 小杉 (2019) の P.24–36 などを参考にみておくが良い。

■復習 残差をデータの中で確認し, 部分相関係数や偏相関係数, 偏回帰係数がどのように算出されるか自分自身で確かめてみると良い。また, 授業時間内に課される課題を Rmd 形式で提出することが求められる。時間内に学んだ技術を用いて, レポートを提出すること。なおこのレポートの提出は前期の単位認定にあたっての必要条件であり, 基準に満たないレポートは再提出を求める。前期試験の前にパスすることが, 前期末試験を受験するための前提条件であることを承知しておくこと。

12 実験計画法 1 ; 実験計画法とは

12.1 授業内容

12.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [6] 推測・推定 [0] 検定 [1] 実践 [3]

12.1.2 概要

心理学の研究の多くは、従属変数に影響を及ぼす要因をコントロールし、統制群と比較することで平均因果効果を検証するところにある。心理学研究の具体例を基盤に、実験計画の種類、用語を確認し、平均差の効果は誤差に対する相対的な大きさを検討される原理を理解する。心理統計のテキストの多くは「分散分析」の文脈でこのことを論じるものがほとんどであるが、「線形モデルであること」「誤差と効果の対比であること」という2つの観点から読み解き、古典的テスト理論と同じ形の、関数で表現し誤差を分離するという心理統計の基本方針を見出さなければならない。

12.1.3 コマ主題細目

ランダム化 平均因果効果を検証するためには、ランダム化による比較、いわゆるランダム化比較実験 (RCT, randomized controlled trial) が必要である。RCTによって誤差をコントロールすることができるようになることを理解する。

→ 西内 (2013) の P.101-107, 大村 (2013) の P.17-40.

「要因」と「水準」 実験計画法で用いられる用語、「要因」「水準」「群内計画」「群間計画」といった用語の使い方を整理する。とくに心理学系の論文からどのような計画で行われた実験であったかを読み取ったり、自分自身が今後立案する場合はどのように考えれば良いか、具体的な例に即して理解する。

→ 山田・村井 (2004) の P.174-177, 大村 (2013) の P.48-52.

誤差と効果 RCT デザインをとることで、もし、見ようとする効果がないとするならば、すべての結果変数が全体平均に一致すると考えられる。群に分割することの効果があるなら、それは群内のどの要素に対しても生じているはずであり、群の平均と全体平均の差で算出できるに違いない。こうした理論的な計算に沿って、なお実測値と異なる値が得られるとするならば、測定や実験状況、個人差に伴って生じる誤差になるはずである。このようにして効果と誤差を算出できる。具体的に考えやすくするため、山田・村井 (2004) の P.162 の表 7.1.1 にある数値例を用いて議論を進める。

→ 大村 (2013) の P.64-72 が詳しい。山田・村井 (2004) の P.162-165 の数値例と計算式も参照。

平均差の効果 実験計画を一般線形モデルとして考えた場合、残差がどのように現れるか、また効果が大きい・小さいというのはどのように現れるかを理解する。平方和を分解 ($SS_t = SS_f + SS_e$) すること、

誤差に対する比率で考えるという原理を理解する。

→ 大村 (2013) の P.84-88.

12.1.4 キーワード

- 実験計画
- ランダム化比較実験
- 平均因果効果
- 一般線形モデル

12.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4; 心理学研究法; 2. データを用いた実証的な思考方法; C データの統計的記述

科目番号 5; 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; G 推測統計: 代表値と散布度をめぐって (1)

12.2.1 予習・復習課題

■予習 また心理統計のテキストから、「分散分析」として説明されているもの (たとえば山田・村井 (2004) の P.162-165 など) を一読しておくが良い。ただし、分散分析の文脈での議論は、最終的な効果の検証に当たって「帰無仮説検定」の枠組みを用いている。先んじてテキストを参照するものにとっては、 F 分布 や自由度などの耳慣れない用語が出てくるが、この講義において帰無仮説検定について扱うのはまだ先になる。効果検証の判断基準については現段階で理解する必要はない。

■復習 既に習った R の回帰分析関数をつかって、説明変数が離散的であるデータを使って分析を試み、どのような結果が出るかを確認すると良い。その際、説明変数が `data.frame` の中で `factor` 型になっている必要が垂あることに注意する。水準は少ない方がわかりやすいため、2 水準、3 水準と徐々に増やして結果がどのように変化するかを確認しよう。分析の前に `ggplot` で散布図を描くのを忘れないように。

13 実験計画法 2 ; Between 計画

13.1 授業内容

13.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [7] 推測・推定 [0] 検定 [1] 実践 [3]

13.1.2 概要

実験計画に基づいて、データをどのように扱っていくかを具体的に確認する。まずは一要因一要因 3 水準、Between デザインの数値例を用いる。ここで改めて、標本平均と母平均の違いや平均因果効果の推論をしようとしていることを確認し、統計的に (すなわち母集団において) 差があるかないかをどのように考えるかを理解する。回帰分析の時と同じように線形モデルで考え、数式の表現を行い、回帰分析と同じ形式 Form であることを確認する。

13.1.3 コマ主題細目

二要因のモデル 二要因の実験計画法モデルを考えるために、数値例を導入する。まず数値を可視化し、次に要因ごとに周辺化することで要因の効果をどのように書き出すことができるかを考える。回帰式に書き起こすことで、重回帰分析と同じ形式 Form になっていることを確認する。

→ データは山田・村井 (2004) の P.184, 表 7.6.1 を用いる。計算式も P.184–189 を参照すると良い。

効果の算出と平方和の分解 回帰式を参照しながら、平方和を分解する計算を進める。2 つの要因それぞれの大きさを各要因の水準ごとに考えることで計算する。要因ごとに区切るの周辺化と呼ばれる。可視化したグラフを参考にしながら、計算箇所を辿りながら考えることが重要である。最後に 2 つの効果全体平均に加え、水準の平均と合致「しない」ことを確認する。

→ 山田・村井 (2004) の P.184–189 を参照すると良い。

交互作用 合計が合致しなかったのは、組み合わせによる効果が発生していることによる。このような効果のことを交互作用 interaction という。交互作用の大きさを見積もることで平方和を完全に分解できたことになる。交互作用はその出現の仕方にさまざまなパターンがあることを理解する。また組み合わせ爆発という言葉があるように、三要因以上の実験計画を立てると、考慮すべき交互作用項がどんどん増えていくので、実質的に研究として使える実験計画は 2, 3 要因の計画にとどめておいた方がよいことを理解する。

→ 山田・村井 (2004) の P.190–193. 小杉 (2019) の P.139–142

13.1.4 キーワード

- 誤差と効果
- 一般線形モデル
- 主効果
- 交互作用
- 多重共線性

13.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4;心理学研究法; 2. データを用いた実証的な思考方法; C データの統計的記述

科目番号 5;心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; G 推測統計: 代表値と散布度をめぐって (1)

13.2.1 予習・復習課題

■予習 統計環境 R を使った線形モデルを実際に行い, 切片と傾きが算出されることを確認し, また説明変数が離散的であった場合の切片や傾きがどういう意味を持っているのかを改めて考えておくとう理解が進む。また, 実験計画と回帰分析が同じである, という原理を十分に理解し授業に臨む必要がある。またその観点から, 複数の変数で行う回帰分析, すなわち重回帰分析についても復習しておく必要がある。

■復習 全体平均, 群平均を計算に用いて効果と誤差を算出する過程を, もう一度確認しておく。この時, 自分で収集した適当なデータがあると理解が進む。身の回りにあるデータ (ex. お菓子や食べ物の重さなど) や, 公開されているデータ (ex. スポーツに関するデータなどは公開されていることが多い) を使って計算するとよい。計算には Excel/Numbers/Calcs などの表計算ソフトを用いても良いし, 統計環境 R で行列のデータを対象に分析してももちろん良い。

14 実験計画法 3 ; 一要因モデル (Within)

14.1 授業内容

14.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [1] モデル [8] 推測・推定 [0] 検定 [1] 実践 [3]

14.1.2 概要

再び一要因に戻るが、今度は群内 (Within) 計画の場合で考える。群内計画の場合は、事前-事後や第 I 期、II 期、III 期など反復測定をしている場合になり、個体の識別ができていくことになる。そのことで個人差を考慮することができるようになり、より精緻に誤差を取り除くことができるとも言える。効果の比較対象とするべき誤差の計算方法、数式表現など Between デザインと異なるところに注意しながら理解を深める。

14.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

Within 計画のデータ 一要因 Within の実験計画法モデルを考えるために、数値例を導入する。ここでの数値例は山田・村井 (2004) の P.178 の表 7.5.1 である。可視化に当たっては、個人が識別できていることから散布図ではなく折れ線グラフで描画するのが適切である。可視化されたグラフを見ながら、どのような数式表現が可能かを考える。

モデルと誤差 個人差を個人ごとの平均と考え、数式で表現する。次に各データから個人平均を取り除いて数値で考えてみる。こうすることで、誤差がどこに現れているかを直観的に考えることができる。これらのプロセスを通じて数式を完成させ、また個々のセルにあらわれる誤差を算出する。

→ 計算の手順は山田・村井 (2004) の P.178-183.

Between と Within の違い 同じようなデータであっても、個人が識別されていることで個人差を算出することができた。これは Between デザインでは個人差も要因計画では考慮できない誤差として捉えていたことを意味する。逆に、Within デザインは Between デザインよりも誤差を精緻に見積もることができるとも言える。心理学における実験計画は一般に Within デザインにする方が有利であるとも言えるが、Within デザインは同じ個体に反復測定を行うことでもあり、実験上運用上のコストは大きいことに留意する。

→ 計算の手順は山田・村井 (2004) の P.179, 図 7.5.1 の平方和の分解図式

デザイン行列と自由度 効果と誤差をそれぞれ未知母数 $\delta_j, \varepsilon_{ij}$ とおき、実測値 y_{ij} がどのように表現できるかを考える。この時、効果の有無を 0 と 1 で表した説明変数 X を用いることになる。このように数式で表現することで、その形が回帰分析と同じであること、説明変数のデータ種が違うだけであることを再確認できる。誤差の算出の時とは異なり、回帰分析的表現では切片を第一水準の平均値におき、そこからの相対比較で表現していた。これを全体平均からの相対比較に書き換えることで、両者の数学的表現を同一にすることが可能である。ただしこの場合は、推定できる効果の未知母数が「増える」

のではなく、数学的性質から「制約をかける」ことで、実質的に推定すべき母数の数は同じであることが確認できる。

→ 小杉 (2018) の P.136–138

誤差の分布, 個人差の分布 ガウスの考えた誤差論は、誤差は真値の周りで正規分布することを表していた。実験計画法における誤差も、理論値の周りで正規分布すると考えられる。一方で、さまざまな複合的な原因から影響されるものは自然と正規分布するため、個々人の生理・生態学的特徴も正規分布に従う。Within デザインは複数の正規分布が含まれる混合モデルである。

14.1.4 キーワード

- Within デザイン
- 個人差
- 階層線形モデル
- 変量効果と固定効果

14.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4;心理学研究法; 2. データを用いた実証的な思考方法; C データの統計的記述

科目番号 5;心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; G 推測統計: 代表値と散布度をめぐって (1)

14.2.1 予習・復習課題

■予習 実験計画の用語を復習し、どういった実験計画が群内 Within デザインになるのかを考える。心理学系論文の中から、群内デザインの実験を行なっている例を探して読んでみるのも予習になる。

■復習 Within デザインにおいて個人差を算出するための手続きを、もう一度自分で確認しておくが良い。計算にあたっては身近な数値例を探すと良いが、個人が特定できるようなデータは見つけにくいかもしれない。そのような場合は、Between デザインの数値例を、借りに Within デザインで得られた数字であるとみなして、計算上の練習を行うのも効果的である。また今回、最後に後期の確率モデルにつながる「混合モデル」の考え方が示された。混合モデルについては、階層線形モデル、マルチレベルモデルなど複数の呼称が存在するので、参考資料を探す場合はそれぞれのキーワードで探すと良いだろう。

15 前期のテスト

15.1 授業内容

15.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

前期で学んできたことについて、基本的な知識、用語の理解、心理統計の基本的な考え方の筋道などを等テストをする。

15.2 授業情報

■コマの展開方法 マークシート式の試験を行う。問題数は 60-70 問程度である。

■諸注意

- 授業を行なっている教室で試験を実施する。着席場所は指定しないが、机の両端に座り、他の受験生と隣接しないようにする。
- 試験に際して資料等の持ち込みは認めない。
- 携帯電話、タブレット、PC など通信機能を有する機器の使用も認めない。
- (関数)電卓がなくても計算ができるよう工夫された出題をしているため、電卓などの使用も認めない。
- 受験者数を確定するため、当日は出席管理システムへの登録を行なってもらう。
- 不正行為を見つけた場合は即時退出を求め、単位を与えない。
- 試験会場に 20 分以上遅刻したものは受験を認めない。
- 試験開始から 30 分以上経過すると、希望者には退出を許可する。
- 退出に当たっては、質問用紙と解答用紙の両方を提出すること。
- マークシートへの回答であるため、鉛筆の利用が望ましい。
- マークをすべて塗りつぶしていないなど、読み取り上のエラーには対応しない。
- エクストラクレジットについての説明は別途行う。

16 確率と統計的推論

16.1 授業内容

16.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [2] モデル [8] 推測・推定 [1] 検定 [0] 実践 [3]

16.1.2 概要

母集団に確率分布を仮定し、そこから得られる標本分布の特徴を利用して母数を推定する方法について学ぶ。標本の平均値が母平均に一致することを確認し、また標本の分散は母分散に一致しないことを確認する。ここでの推定方法はモーメントを用いたものであるが、確率分布を用いる方法もあり、その場合の“確率モデル”の考え方が必要なことを学ぶ。

16.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

母集団と標本 推測統計学の基本的な概念である母集団と標本の関係を理解し、統計学的な推定 (点推定, 区間推定) の位置付けについて学ぶ。^{*5}用語としての母数 (母平均, 母分散, 母比率など) と標本統計量 (標本平均, 標本分散, 標本比率など), および標本統計量の実現値といった用語の意味するところも慎重に理解しなければならない。

→ 山田・村井 (2004) の P.68–73

母集団分布とモデル ここでは母集団に正規分布を仮定する“モデル”について考える。統計的な推測は基本的に不良設定問題であり、何らかの前提をおかないと解くことができない問題がほとんどである。心理学の場合は母集団分布を正規分布とする仮定が選ばれることが多く、この場合は標本統計量の分布も計算しやすくなる。

→ 山田・村井 (2004) の P.74–79.

正規分布の別の意味 正規分布はここまで、誤差の分布として解説してきたが、複数の要因が積み重なった時の全体的傾向として理解することもできる。平均値が集団の代表値としての意味もあること、また中心極限定理によって分布によらずその標本平均値が正規分布に従うことが示される。

中心極限定理については → 皆本 (2015) の P.180–181.

標本分布と標準誤差 母集団が正規分布に従うとすると、標本統計量も正規分布に従うことが導出できる。ここでは標本統計量としての平均値を例にあげ、「標本統計量の分布」のことを標本分布と呼ぶこと、また標本分布の標準偏差をとくに標準誤差と呼ぶことを理解する。たとえばサンプルサイズが大きくなったら、小さくなったらどのような値が得られるのかについて、具体的な例をみながら考えると理解が進む。

^{*5} 本書では検定をモデル比較の一種として扱うので、ここでは言及しない。

→ 標本分布については山田・村井 (2004) の P.90–97.

16.1.4 キーワード

- 母集団と標本
- 標本分布
- 中心極限定理
- 標本平均, 標本分散

16.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; (2) 統計に関する基礎的な知識; A 統計分析の基礎:母集団と標本

16.2.1 予習・復習課題

■予習 ここでは山田・村井 (2004) が丁寧に解説されているので, 事前の一読しておくことを強く勧める。

■復習 いよいよ記述統計をこえ, 直接知り得ないものについて推論する段階に進む。基本的に解けない問題を解こうとするようなものであり, 仮定やモデル, みなしている箇所について自覚的でなければならない。今回の講義の中で, 何が仮定され, 何が理論的に導出されたものなのかを区別できるかどうか, ノートを整理しておくとうまいだろう。また推測統計学の基本的概念である, 母集団と標本の関係と推定の手続きについては, 山田・村井 (2004) のテキストが最も丁寧に適切な記述をしているので, 是非該当箇所を通読し, 概念や用語を間違えないように注意されたし。

17 推論と判断

17.1 授業内容

17.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [3] モデル [8] 推測・推定 [1] 検定 [1] 実践 [3]

17.1.2 概要

標本統計量をつかって母数を推定する方法として、幅を持たせた推論である区間推定という方法がある。この区間の中に母数があるとはどういうことか、注意して理解する必要がある。また標本統計量を標準化しておくことで、標準正規分布を使って一般的な推定ができる利便性があることを理解する。これらは推定の問題であったが、心理学における多くの場合には推定量そのものよりも、平均因果効果があったのかなかったのか、という判断を下したいという目的があり、そのために検定と呼ばれるモデル比較の考え方が導入される。正規分布など母集団分布におけるモデルはそのままに、パラメータがどういう値であるかについての仮説を戦わせるその作法を学ぶ。

17.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

不偏推定量 母集団に正規分布を仮定し、標本平均の平均 (期待値) が母平均に一致することを確認する。このことから、標本統計量が推定値として利用できることを確認する。ただし、分散の場合は一致しない (不偏性がない) ことをみる。分散については不偏分散を考えることでこの不一致を解決することができる。

→ 不偏推定量については山田・村井 (2004) の P.98-103 に詳しい。

点推定と区間推定 標本平均は母平均の不偏推定量ではあるが、ある値をそのまま母平均であるとするのは (標準誤差の考え方があるとは言え) やや断定的である。これに対して一定の幅を使って予測する区間推定という方法がある。推定に確率の言葉が入ってくるので不慣れな表現が出てくるが、注意深く解釈する必要がある。

→ 川端・荘島 (2014) の P.111-116.

標準正規分布の利点 標本統計量を標準化しておくことで標準正規分布に対応させ、たとえば 95% 区間に対応する ± 1.96 という数字を使うことができれば便利である。ここでは標準化の計算についておさらいするとともに、標準正規分布の表の利用の仕方について改めて理解する。

→ 山田・村井 (2004) の P.86-89.

標本だけを使った推定 標準正規分布を使うと母数の推定ができることが分かったが、母分散が明らかでない場合は推定ができない。そこで母分散が未知の場合であっても推定できるような仕掛けを考える必要がある。ここでは t 分布を導入し、標準正規分布の時と同様の計算方法で標本統計量がけから

区間推定ができることを理解する。

→ 山田・村井 (2004) の P.128–131.

推定と検定 ここまでは平均値などを推定してきたが、推定量を意思決定に応用する方法がある。特定の数値についての複数のモデルを比較し優劣を決めるモデル比較の考え方がこれで、心理学においてはとくに、帰無仮説と対立仮説という2つのモデルを用いる帰無仮説検定という考え方である。

→ 川端・荘島 (2014) の P.81–85.

17.1.4 キーワード

- 点推定と 区間推定
- 不偏推定量
- 標準正規分布
- t 分布
- 統計的検定

17.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; F 推測統計: その考え方

17.2.1 予習・復習課題

■予習 母集団と標本の関係、標本から母数を推定できることについて、前回の話の延長線上で進むので十分に復習してから授業に挑むこと。とくに限られた情報から未知なるものを推定するという手続きに当たっては、幾重にも過程が重ねられていくので、どのような仮定を置いて進めてきているかを再確認しておくとうまいだろう。

■復習 帰無仮説検定については、触れていない心理統計のテキストはないと言っても過言ではないので、どのようなものでも良いから手に取り、その手続きや用語について復習しておくことが望ましい。テキストによっては、分布 (ex. t 検定, F 検定) や要因計画 (ex. 対応のある t 検定, 分散分析) ごとに分けて書かれていたり、フローチャートのように説明されているものもあるが、本質は母数の推定とモデル比較であることに注意して読み解くと良い。

18 帰無仮説検定

18.1 授業内容

18.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [4] モデル [8] 推測・推定 [1] 検定 [2] 実践 [3]

18.1.2 概要

心理学の研究において最もよく使われる意思決定法である、帰無仮説検定の具体例について学ぶ。帰無仮説検定は背理法をもちいて効果の有無を判断する方法であり、結果の報告に関する表記法も含めてその作法を学ぶ必要がある。注意すべきは、帰無仮説検定の技術は誤用されたりや悪用されたりすることが多い方法であり、前提や仮定をしっかりと守って正しく運用することを常に心がけねばならない点である。ここでは最も単純な相関係数の帰無仮説検定に基づいて考える。また、検定は確率的判断の手続きであるが故に、判断の誤り方が2通り考えられる。ここで検定力の考え方が導かれ、どのような状況のもとで帰無仮説検定が行われているかを理解する必要がある。

18.1.3 コマ主題細目

統計的帰無仮説検定とその手順 統計的帰無仮説検定 (Null Hypothesis Significance Test; NHST) は帰無仮説に基づいてモデル比較をする一連の手続きである。この手続きはさまざまな統計量に対して一般化されているため、統計パッケージの中にも含まれており、統計法の専門家でなくても簡単に利用することができる。ただし安易な使い方は誤用、悪用を招くことになるので、慎重にその手続きとロジックを理解しておく必要があるだろう。

→ 手続きの一般化としては山田・村井 (2004) の P.108–109

有意水準 モデル比較という観点からは、どうしても「判定基準」を考える必要がある。NHST の文脈では、それは希少性の指標である有意水準になる。有意水準の定め方は領域ごとに定める任意であり、心理学では一般に 5% が用いられている。このことは、複数のモデルの優劣を判定する数字であって、モデルの強さ、正しさを表現する数字ではないことに注意する。

→ 山田・村井 (2004) の P.112–115.

1つの平均値の検定 ここでは母分散がわかっている場合の、標本平均の検定を考える。標準化の手続きと、帰無仮説検定の考え方を一通り復習した上で、実際どのように検定が行われるかの実践例である。

→ 川端・荘島 (2014) の P.80–89, 山田・村井 (2004) の P.126–127.

1つの平均値の検定 (母分散未知) 先ほどの例では、検定すると言いながら母分散がわかっているという特殊な状況であった。普通は母分散がわかっていることはなく、これも不偏分散を使って推定しなけ

ればならないが、このような場合は標準正規分布ではなく、 t 分布と呼ばれる統計量が用いられる。 t 分布の導出は行わないが、不偏分散を使った分布であること、サンプルサイズによる大きさの違いを調整する、自由度というパラメータがあることに注意する。

→ 川端・荘島 (2014) の P.93–96.

相関係数の検定 具体的な数字を使って、相関係数の検定を行う。Rde 相関係数を行う際は、`cor.test` 関数を用いる。ここでは無相関検定である、すなわち統計的に有意であることが相関に意味があることを指すわけではないことを理解し、また統計量に応じた分布を利用して推定する必要があることを理解する。

→ 清水 (2021) の P.150–162.

18.1.4 キーワード

- 有意水準
- 1つの平均値の検定
- t 分布
- 無相関検定

18.2 授業情報

■コマの展開方法 適宜投影資料を用いる

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 4; 心理学研究法; 2. データを用いた実証的な思考方法; C データの統計的記述

科目番号 5; 心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; F 推測統計: その考え方

18.2.1 予習・復習課題

■予習 具体的な帰無仮説検定の手続きが進むので、帰無仮説、対立仮説、有意水準といった一般的な用語について復習しておく。

■復習 相関係数の大きさ、標本の大きさを任意の値にし、無相関検定を実際にやってみると良い。さまざまな数値を入れることで、検定結果がどのように変動するかを理解することは帰無仮説検定の本質を理解するのに役立つ。仮想的な数字では実感が得られにくい場合、身の回りの相関がありそうなデータを具体例として検定し、何が言えるのかを考えてみると良い。

19 帰無仮説検定の注意点

19.1 授業内容

19.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [5] モデル [8] 推測・推定 [1] 検定 [3] 実践 [3]

19.1.2 概要

帰無仮説検定の流れを抑えたところで、実際に計算結果をどのように報告するか、結果からどのように考察するかについて解説する。昨今の批判にもあるように、結果の 1bit 判断だけに基づいて考察を進めることは、効果の大きさを無視した過剰な宣伝になってしまう可能性があり、ひいては再現性の低下、科学の信頼性の問題まで引き起こしたという事実を学ばなければならない。ここでは検定における二種類の間違い、および効果量、検定の多重性の問題などをしっかり確認し、正しく利用するための観点についてしっかり身につけておく必要がある。

19.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

結果の報告 相関係数の有意性検定について解説する。別名「無相関検定」ともよばれているように、帰無仮説が想定する世界は母相関が 0 の状態である。ここから得られた標本が作る標本相関の分布は t 分布に従うことがわかっており、これを使って検定を行うことができる。計算のプロセスを簡単にフォローするとともに、結果の報告における表記法について理解する。

→ 山田・村井 (2004) の P.132–133, 山内 (2010) の P.216–220.

統計的に有意とは 相関係数の帰無仮説検定においては、顕著な違いが示されること＝相関係数が大きいこと、を意味するわけではない。たとえばサンプルサイズが大きくなれば、非常に小さな相関係数であっても統計的に有意であると判断される。有意かどうかにかかわらず、その大きさに基づいて判断することの重要性を学び、標準化された効果の大きさを表現する効果量について理解する。

→ 山田・村井 (2004) の P.142–143. 効果量については大久保・岡田 (2012) の P.43–46.

検定における 2 種類の間違い ここで検定における 2 種類の間違い方、すなわち Type I Error と Type II Error について解説する。モデルの定量的な比較でなく、仮定に基づく質的な確率的な判断であり、その組み合わせから 4 つの結果が起こり得る。ここで NHST では何をコントロールし、何を目的としているかを改めて確認すること、また検定を繰り返すことで Type I Error がインフレーションを起こしうることを理解することが必要である。

→ 山田・村井 (2004) の P.120–121, 検定の多重性については同書 P.158–161. 川端・荘島 (2014) の P.90–93. も

19.1.4 キーワード

- 信頼区間
- Type I/II Error
- 効果量
- 検定力
- 例数設計

19.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; H 推測統計: 代表値と散布度をめぐって (2)

19.2.1 予習・復習課題

■予習 統計的帰無仮説検定の手続きを一通り復習し, とくに帰無仮説と対立仮説がどのように用意されているか, 意思決定の判断基準はどういう意味であったかをしっかりと復習して挑む。

■復習 検定の話に入ると, 要因計画や線形モデルとどのようにこれらが接合するのが分かりにくい。回帰モデルの説明変数を離散化したのが要因計画 → 要因計画の効果の大きさ (傾きの大きさ) を質的に判断する手続きが, 平均値差の検定である, という関係であることを整理しておこう。推測統計学は, 基本的に母数の推定 (回帰係数のパラメータも母数である) をしているのであり, 推定量を何らかの基準で判断するのが検定, という繋がりである。もちろん検定を行わずに, 大きさをそのまま報告しても良い。むしろ昨今ではそちらの方が推奨されており, 些細な違いや「差がないこと」を「差があること」の根拠とすることの問題点が数多く指摘されている。帰無仮説検定の手続きは, 過去の論文に示された結果を読むための知識として重要であり, 本質である効果の大きさを推定していることを忘れないように。

20 二群の平均値差

20.1 授業内容

20.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [6] モデル [9] 推測・推定 [2] 検定 [4] 実践 [4]

20.1.2 概要

心理学の実践で最もよく用いられるのが、平均値差の検定である。帰無仮説検定としては、 t 検定を行うことになる。対応のある t 検定、対応のない t 検定の順に、R での演習も交えて伝える。その際、結果から適切な読み取りができるようになること、記述することなどが求められる。統計環境は R を用いるが、SPSS そのほかの統計パッケージを用いても同様の出力が得られる。統計環境が変わる可能性もあるので、出力画面の位置で内容を覚えるのではなく、意味的な理解をしておく必要がある。

20.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

一要因 Within デザイン, 2 水準 一要因 Within デザイン, 2 水準モデルの検定統計量もまた、 t 分布を用いる。これは「対応がある」、すなわち個人が特定されているため、正規分布する変数の差の分布についての検定であり、既に習った 1 つの平均の差についての検定と同じである。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.1-13.

一要因 Between デザイン, 2 水準 一要因 Between デザイン, 2 水準モデルの検定統計量は、 t 分布を用いるため t 検定と呼ばれることもある。帰無仮説は二群の平均値差がないとするものであり、5% 水準による検定結果と差の信用区間が示されることが多い。また効果量 d を別途計算して報告されることにも注意する。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.14-25.

R による実践；一要因 Within デザイン, 2 水準 このデザインは R では `t.test` 関数を用いる。Within デザインの場合は `paired` オプションをつける必要がある。効果量の算出には、別途 `effsize` パッケージを導入すると良い。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.1-25.

R による実践；一要因 Between デザイン, 2 水準 このデザインは R では `t.test` 関数を用いる。Between デザインの場合は `paired` オプションをつける必要はないが、Welch の補正がかけられている。仮説検定の前提となった仮定を思い出し、これが満たされない場合はこうした補正がかかることを学ぶ。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.1-25.

20.1.4 キーワード

- 対応のない t 検定, 対応のある t 検定
- 線形モデルと検定
- t 検定
- 効果量

20.2 授業情報

■コマの展開方法 講義および演習

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; H 推測統計: 代表値と散布度をめぐって (2) 科目番号 5 心理学統計法; 2 統計に関する基礎的な知識; C/D/E エクセル, R, SPSS 入門

20.2.1 予習・復習課題

■予習 R や RStudio, プロジェクトによる管理など基本的なことを改めて教示しないので, これまでの復習をかねて基本的な R/RStudio の挙動について再確認しておくこと。データファイルは事前に CoursePower などを通じて配布されるが, 読み込みなどについては逐一立ち止まって解説しないので, できることを確認して授業に挑むこと。

■復習 時間内に収まりきらなかった課題については, 復習用の課題となり, Rmd ファイルで提出することが求められる。適切な分析ができていない場合は, 課題を不受理として扱う。これまでと同様, 課題が提出されていることが単位取得の要件になることに注意し, しっかり対応して欲しい。また, 今回の内容について橋本・荘島 (2016) が丁寧な解説をしているため, 十分理解できなかった場合は同書を一読して理解しておく。内容的には, 山田・村井 (2004) の P.162–207 も該当する。最も, これらを実践的に R で行うことが目的であり, R の使い方に言及している小杉 (2019) なども参考にしてほしい。効果量に関しては, 大久保・岡田 (2012) の P.52–68 を参照しておく。

21 要因計画と平均値差の検定

21.1 授業内容

21.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [7] モデル [10] 推測・推定 [2] 検定 [5] 実践 [4]

21.1.2 概要

線形モデルに確率的判断の手続きを加えたものが、平均値差の検定であった。要因計画にこれを応用したとき、分散分析と呼ばれた独自の体系になる。ここでは線形モデルの一環であることを意識しつつ、質的説明変数によって水準同士の対比較になることによる分析の手順について理解する。

21.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

要因計画と検定 要因計画の考え方と平均値差の検定モデルを統合的に理解する。データの散布図を書けば明らかであるが、二群の平均値差の検定は、二群の平均値を通る回帰直線の傾きを求めていることと同じである。要因計画もその本質は線形モデルであり、帰無仮説検定はモデル比較である。帰無仮説の線形モデルがどのようなものであり、検定結果が何を報告するものであるかを知ること、両者の類似点と相違点が明らかになる。

一要因 Between デザイン、多水準の場合 水準数が 3 以上になると、一般に分散分析と呼ばれる検定方法を用いることになる。多水準の場合も帰無仮説を線形モデルで表現することができるが、説明変数が名義尺度水準であるため、順不動に並べ替えることができるし、効果を検証するためには符号を無視した分散を考える必要がある。分散分析の基本的アルゴリズムは、分散の分解と、比による検定である。分解の手順を追うことで、線形モデルとの対応が分かりやすくなると同時に、変化量 (効果の大きさ) そのものを検証することのほうがより重要であることに注意する。帰無仮説検定としては分散の比をもちいるが、線形モデルとして効果の大きさそのものを考えるのが良い。

事後の検定 多水準モデルの際に置かれた帰無仮説は水準間のどこかに差があるというものであり、どこに差があるのかまでは明示してくれない。そこで事後的な検定を行い、水準間のどこに差があるのかまで明らかにしなければならない。このような込み入った手続きを取るのは、Type I Error のコントロールが必要な帰無仮説検定だからであることもまた、合わせて理解しておく必要がある。

二要因デザイン 要因が複数になると、交互作用について考える必要があるのであった (→ 第 13 講)。交互作用項も含めた分散分析表の読み取り方や、主効果・交互作用がそれぞれこの平均値を比較するためのものであるかを理解しながら読む。また、二要因デザインでも効果があると判断された場合、多重比較によってその後の検定を続ける必要がある。統計環境によっては自動的に以下の検定を続けてくれることもある。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.57-79, 山田・村井 (2004) の P.184-193.

21.1.4 キーワード

- 分散分析
- 一般線形モデル
- 分散分析表
- 多重比較

21.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; 1. 心理学で用いられる統計手法; H 推測統計: 代表値と散布度をめぐって (2)

21.2.1 予習・復習課題

■予習 前期に学んだ要因計画法は、 F 分布と合わせて分散分析としてよく知られている。計算方法については、おそらく日本で最も容易な入門書は大村 (2013) である。同書の 3 章を読み、前期の振り返りとともに効果検証のステップを思い出しておこう。

■復習 ここでの手続きは一見「難しい」ようである。しかしその難しさをよく考えてみよう。関係性が複雑で全体像がわからない「困難さ」ではなく、関係は単純であるが幾重にも反復されている「煩雑さ」がその原因であることに気づくだろう。つまり、単純 (simple) ではあるが容易 (easy) ではない、と思ってしまうのである。言い換えれば、落ち着いて結果を読み進めれば、同じことを繰り返しているだけなので、そのパターンが見えれば理解はしやすい。

くどいようであるが、要因計画に質的判断を持ち込んだのが分散分析であり、判断の分岐によって注意すべき点や検討すべき箇所がそれぞれ異なる。効果の大きさだけを考え流のであれば、ここまで複雑な考え方は必要ないように思えるが、確率を伴った判断と科学的な手続きである以上、避けて通れないことでもある。出力例をみながらどこでどのようなモデル比較が行われているのか、しっかり復習しておくことが大事である。

22 Rによる分散分析

22.1 授業内容

22.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [8] モデル [11] 推測・推定 [3] 検定 [6] 実践 [5]

22.1.2 概要

今回は統計環境 R で分散分析を行う方法について演習的に学び、結果から適切な読み取りができるようになることを目的とする。統計環境は R を用いるが、SPSS そのほかの統計パッケージを用いても同様の出力が得られる。統計環境が変わる可能性もあるので、出力画面の位置で内容を覚えるのではなく、意味的な理解をしておく必要がある。

22.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

一要因 Between デザイン 3 水準 2つ以上の水準の場合は、分散分析 (Analysis of variance) と呼ばれる検定グループに入る。分散分析については、独自の関数群 `anovakun` を導入すると大変便利である。`anovakun` の導入とデータ形式について簡単に説明した後、一要因 3 水準のモデルを実行し、どのような結果が得られるかを確認する。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.26–55. 分散分析の効果量については大久保・岡田 (2012) の P.76–85.

二要因 Between デザイン 複数の要因が組み合わさった場合でも、`anovakun` で対応することができる。ここでは二要因計画、とくに間 × 間、内 × 内のようなものから、間 × 内のような混合計画と呼ばれるものまで、一通り実行する。同じ出力結果が得られるところ、異なるところなど、アウトプットを注意深く読み取ることが必要である。

→ 橋本・荘島 (2016) の P.57–120. 要因計画の効果量については大久保・岡田 (2012) の P.86–88.

一要因 Within デザイン Within デザインの場合は個人差を特定することができるのであった。分散分析表にも個人差の分散が算出されるが、そこは比較の対象ではなく、誤差との比較になることを確認する。また、分散分析の前提である分散の等質性についての検定が事前に必要になることにもまた、注意が必要である。

22.1.4 キーワード

- 分散分析
- 要因計画
- 効果量

22.2 授業情報

■コマの展開方法 演習; 4号館 4F の PC ルーム 1/2 に別れて, 実際の PC を使う実習を伴った授業を行う

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5 心理学統計法; 2 統計に関する基礎的な知識; C/D/E エクセル, R, SPSS 入門

22.2.1 予習・復習課題

■予習 R や RStudio, プロジェクトによる管理など基本的なことを改めて教示しないので, 前回の復習をかねて空いている時間に PC ルームで基本的な R/RStudio の挙動について再確認しておくこと。データファイルは事前に CoursePower などを通じて配布されるが, 読み込みなどについては逐一立ち止まって解説しないので, できることを確認して授業に挑むこと。

■復習 時間内に収まりきらなかった課題については, 復習用の課題となり, Rmd ファイルで提出することが求められる。適切な分析ができていない場合は, 課題を不受理として扱う。これ真同様, 課題が提出されていることが単位取得の要件になることに注意し, しっかり対応して欲しい。また, 今回の内容について橋本・荘島 (2016) が丁寧な解説をしているため, 十分理解できなかった場合は同書を一読して理解しておく。内容的には, 山田・村井 (2004) の P.162–207 も該当する。これらを実践的に R で行うことが目的であり, R の使い方に言及している小杉 (2019) などとも参考にされたし。

23 確率分布とデータの関係; 尤度

23.1 授業内容

23.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [9] モデル [12] 推測・推定 [4] 検定 [6] 実践 [5]

23.1.2 概要

検定では平均因果効果を検証するため、平均値や(不偏)分散などの標本統計量がどのような確率分布に従うかを参照し、結果を判定するという使い方を行ってきた。検定はこのように、母数を推定する方法に、結果を判定するロジックが組み合わさったものである。この時の母数の推定方法は、標本平均や不偏分散を推定値とする方法で、モーメント法とよばれるものである。これに対し、モデルである確率分布をデータに最も近い形に調節することで、そのパラメータを推定値とする方法が最尤法である。ここでは最尤法の原理について理解する。

23.1.3 コマ主題細目(箇条書き)

確率関数と尤度関数 最も単純な例として、ベルヌーイ分布を取り上げる。ベルヌーイ分布は確率 θ によって 0 または 1 が得られる分布であるが、推定に当たっては θ が未知でデータが既知である。この関係から、関数の読み取り方を逆にしたものがとくに尤度関数と呼ばれる。

最尤推定 データに基づいて尤度を計算できることから、このデータが得られるのに最も適したパラメータの位置を推定する方法が最尤推定である。最尤推定では尤度関数の総積を計算し、そのピークの値を推定値とする方法である。尤度関数を実際に描きながら解説する。ここで注意すべき点は、尤度関数もまたなんらかの分布関数のように見えるかもしれないが、公理よりこれが確率分布関数ではないことをしっかり意識することである。

→ 野島他 (2019) の P.74 にベルヌーイ分布の例。あるいは小杉 (2018) の P.117-119.

対数尤度関数 確率密度の総積を計算すると、その値は必然的にどんどん小さなものになっていき、計算が非常に困難である。そこで実際の計算では、尤度関数の対数を取ることが一般的である。対数を取っても値の大小関係は変わらないため、ピークを推定するには問題なく利用できる。記号が \prod から \sum に変わることは対数の特徴である。

正規分布の尤度関数 心理学では主に正規分布をモデルに用いるが、正規分布のパラメータは 2 つある。話を簡単にするため、まずは分散パラメータを固定し、平均パラメータを変化させればどのように尤度関数が、対数尤度関数が変化するかを確認する。つづいて、分散パラメータも未知なものとして、両者が同時にピークを迎える点を最尤推定とする。

23.1.4 キーワード

- 確率密度関数, 確率質量関数

- 尤度関数
- 最尤推定値
- 対数尤度

23.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; (2) 統計に関する基礎的な知識; B 確率と確率分布

23.2.1 予習・復習課題

■予習 改めて確率分布を用いたモデルに展開していくため、これまでに習った確率分布についての基礎知識 (確率質量, 確率密度, 確率変数やパラメータを使った記述の仕方, 等) について, 第 6, 7 講を復習しておくことが望ましい。また, 総和の記号 \sum や対数についての考え方など, これまでに習っている教材を利用して復習しておくとうい。

■復習 非常に小さな数字の計算になるため, 尤度関数を最大化する問題はコンピュータにとっても難しい。とはいえ, 表計算ソフトや統計環境をもちいて, 簡単な数値例を自ら考え, 計算したり図示したりすることで直観的に理解が進むこともある。また対数を取っても大小関係が変わらないことなども, 手元の計算機 (電卓, 表計算ソフト, 統計環境 R) で簡単に確認できるので, 是非数値例を用いた復習を行っておいて欲しい。

24 回帰分析の最尤推定

24.1 授業内容

24.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [10] モデル [13] 推測・推定 [5] 検定 [6] 実践 [5]

24.1.2 概要

最尤法によって母数を推定する新しい方法を理解したところで、この方法を使ってパラメータに構造を入れる確率モデルの考え方に進むことができる。まずは回帰分析と誤差分布の関係を改めて確認し、誤差分布が正規分布に従うと仮定した場合、回帰モデルがどのような確率モデルとして表現できるかを理解する。これらの形が求まると、解答用紙の最尤推定値が得られることを理解する。

24.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

回帰分析と誤差分布 あらためて単回帰分析のモデルを考える。実測値、予測値、誤差がそれぞれどのように計算され、誤差を最小にする形で回帰係数を算出していたことを復習する。(→ 第 8 講)

→ 豊田 (2017) の P.27–30.

確率モデル 今度は回帰分析のモデルにおいて、誤差が正規分布するという確率的仮定を導入する。確率分布に従うことを意味する記号 \sim を用いて回帰分析のモデルを書き改めることを目的とする。式の展開、そのプロセスについてしっかりと理解することが重要である。

→ 小杉 (2018) の P.120–122.

確率モデルと最尤推定 確率モデルで記述することができれば、データを既知、パラメータを未知と捉えることで尤度関数に書き換えることができる。尤度関数をデータごとに掛け合わせる (実際には対数を取って足し合わせる) ことで、データに確率分布を仮定した時に最も尤もらしい値としての推定値を算出することができる。これらの展開は、重回帰分析モデルになっても同様である。

→ 小杉 (2018) の P.120–122. あるいは浜田・石田・清水 (2019) の P.26–32.

24.1.4 キーワード

- 誤差分布
- 正規分布
- 最尤推定
- 回帰分析

24.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; (2) 統計に関する基礎的な知識; B 確率と確率分布

24.2.1 予習・復習課題

■予習 再び回帰分析に戻ってくるので, 第 8, 9 講を復習しておくことが望ましい。最小二乗法による推定方法の考え方も合わせて復習しておく。また 2 つのパラメータをもつ正規分布の尤度関数について, 理解が不十分なようであれば前回やその前に戻って確認しておくが良い。

■復習 最小二乗法を使っても最尤法をつかっても, 推定値に違いはないのだが, 背後にある基準の意味合いが大きく異なる。母数を推定するモデルとして, どこが変わったのかをしっかりと理解し, 要因計画法など複雑なモデルになっても記述できることを確認しておく。

25 ベイズ統計の基礎

25.1 授業内容

25.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [11] モデル [13] 推測・推定 [6] 検定 [6] 実践 [5]

25.1.2 概要

母数を推定する第三の方法として、ベイズ法による推定を考える。ベイズの定理の歴史は古く、逆確率の法則とも呼ばれるものである。ベイズの定理を理解するにあたっては、条件つき確率について理解する必要があり、これらを通じてベイズの定理を導く。ベイズ法の利点は、尤度関数を確率分布関数に変えてくれることであり、推定値の確からしさを確率で表現することができる点である。ここでは病気の罹患率の例を用いて説明し、確率を信念の更新として理解することもできることを学ぶ。

25.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

二次元の確率変数 これまで扱ってきた確率分布は単一のものであったが、二変数による (二次元的な) 確率分布を導入する。複数の事象が同時に生じることを表す同時確率、同時確率のうち一方の変数だけに周辺化して考える周辺確率、一方の情報がかかっている上での確率である条件つき確率、の3つの考え方が導かれる。また、両者が独立であるとはどういうことかについて確率的な定義を与える。簡単な数値例を用いて解説する。

→ [Kruschke \(2014\)](#) の P.93–109. [豊田 \(2015\)](#) の P.3–11.

ベイズの定理の意味 ベイズの定理について、数式をさまざまな角度から眺めてその意味を理解する。同時確率、周辺確率の定義などを用いて、条件付き確率の式を変形していくことができ、最終的に右辺と左辺で条件が逆になる場合の確率が計算できることがわかる。これがベイズの定理と呼ばれるものであり、逆確率の定理、法則と呼ばれることもある。ベイズの定理は、事前確率に尤度と周辺尤度の比をかけたものとして理解することもできるし、尤度関数を確率として捉えるために変形させる項として事前確率と周辺尤度の比をかけたもの、と考えることもできる。

→ [Kruschke \(2014\)](#) の P.93–109. 尤度を確率分布に変えることの分かりやすい説明としては、[Lambert \(2018\)](#) の Table4.1.X が良い。

ベイズの定理を使った推論の例 ベイズの定理について、意味的な解釈を膨らませておこう。ベイズの定理は確率のアップデートとして考えることができる。我々が推論するというのは、確率をアップデートすることだと考えることもできる、ということについてはすでに触れており、確率という数字が従うべきルールさえ守られていれば、確率は人間の自然な推論モデルとして考えることができるだろう。ただし頻度主義的な確立の理解と、主観確率による理解の違いには改めて注意が必要である。またベイズの定理を使つての推論の例として、病気の罹患率の例とモンティ・ホール問題を取り上げる。これらのポイ

ントは、「事前分布がわかっているということ」と「情報がアップデートされる」ということを意識するかどうかにある。

→ [Kruschke \(2014\)](#) の P.15–23. あるいは [豊田 \(2015\)](#) の P.8–12.

25.1.4 キーワード

- 同時確率
- 周辺確率
- 条件付き確率
- ベイズの定理
- 事前確率, 事後確率

25.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5; 心理学統計法; (1) 心理学で用いられる統計手法; J より高度な記述や推定を目指して

25.2.1 予習・復習課題

■予習 ここからは、より進んだ統計的内容に入る。ベイズ統計学を心理学領域で活用する歴史はまだ浅いが、現代社会では実践的に多用されている技術であり、心理学にとっても今後ますます重要性が高まることは間違いない。たとえば [野島他 \(2019\)](#) は公認心理師向けのテキストであるが、その最終章をベイズにあてている。内容的には、確率についてまた違った視点からの考え方が導入される。とはいえ、確率が守るべきルールについては変わらない。改めて第 6 講の確率について復習しておくとい。「ベイズ統計学」をキーワードとしたいくつかの入門書があるので、目を通しておくと良い。あるいは「モンティ・ホール問題」で検索すると、興味を覚える人もいるかもしれない。

■復習 さまざまな確率の書き方から、ベイズの定理の導出まで、筋道をもう一度自らフォローアップして導出できるかどうか確認しておくこと。罹患率のような具体例については、読み物として [Giegrnzer \(2003\)](#) があるので目を通すと良い。確率についての説明の仕方については、[平岡・堀 \(2009\)](#) の P.1–69 の説明も異なる切り口からでもしろいし、[奥村・瓜生・牧山 \(2018\)](#) の P.1–12 もわかりやすい。ベイズ統計学についてのごく簡単な入門書としては、ラノベ風の [石田・石田 \(2019\)](#) など良いだろう。

26 ベイズ推定の実際

26.1 授業内容

26.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [12] モデル [14] 推測・推定 [7] 検定 [6] 実践 [5]

26.1.2 概要

ベイズの定理が導入され、確率に対するもう一つの考え方を導入した。ここでは具体的な例を使って、事前分布で確信度を表現すること、事後分布も確率分布であり、頻度主義的な解釈とは異なることを確認する。事後分布は確率分布なので、推定にあたっては分布を要約する必要がある、EAP,MAP,MED 推定値や確信区間、HDI など分布を要約して表現する方法について整理する。

26.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

事前分布と事後分布 ここまで事前・事後確率と呼んでいたものは、連続的な分布関数出会っても同様に機能する。ここで確率のベイズ的解釈により、事前分布はデータが得られる前の確信度を表現していること、またとくになんの情報もないとき、わからないことを一様分布のように表現できることを理解する。また、ベイズの定理は尤度を (事後) 分布に変換するものであることとして捉え、結果が分布として得られることを確認する。具体例としてベルヌーイ分布をもちいた学力の推定をとりあげ、最尤推定との違いや、分布による結果であることの意味を理解する。

→ [Kruschke \(2014\)](#) の Pp.18-23. や、[豊田 \(2016\)](#) の P.18-21

事後分布を代表する数字 ベイズによる推定の結果は、事後分布という確率分布の形で得られる。結果が分布として得られるため、報告する場合はたいていその代表値を使って報告することになる。とくにMCMCによるベイズ推定の場合は、多くのMCMCサンプルの標本記述統計量がその代表値として考えられるという利点がある。中央値 (MED), 平均値 (EAP), 最頻値 (MAP) の名称と算出方法について理解し、そのほかにも最高密度区間 (HDI) といった区間で報告することもある。

→ [豊田 \(2015\)](#) の P.51-55.,HDIについては [Kruschke \(2014\)](#) の P.91-93.

事前分布の影響 事前分布を一様分布においた場合、事後分布の形は尤度関数そのままの形で現れ、かつ確率分布として考えられる利点がある。しかし事前分布が異なれば、事後分布の形はそれに影響を受け、結果が変わってしまう。事後分布は事前分布と尤度関数との折衷であり、多くのデータをもつ鋭い尤度関数であればその影響は小さいが、緩やかな尤度関数であれば大きく影響を受けてしまう。研究に際して適切な事前分布を置くことの重要性を確認する。一方、帰無仮説検定においては不可解な結果になるケースもあり、有効に活用することで研究に与えることもあることを理解する。

→[Kruschke \(2014\)](#) の P.136-138

26.1.4 キーワード

- 事前分布, 事後分布
- 事前分布の影響
- MED,EAP,MAP,HDI

26.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; (1) 心理学で用いられる統計手法; J より高度な記述や推定を目指して

26.2.1 予習・復習課題

■予習 確率の考え方やベイズの定理についての数式的理解, 意味的理解を踏まえ, これを心理統計に応用する段階に進むところであるから, これらについて不明な点がないように, 事前に十分理解しておく必要がある。

■復習 帰無仮説検定をはじめとする, 頻度主義的な考え方とに違いに留意しつつ, 両者の長短所を自分なりに言葉にできるようにしておくことが重要であるだろう。

27 ベイズ推定と判断

27.1 授業内容

27.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [13] モデル [15] 推測・推定 [8] 検定 [6] 実践 [5]

27.1.2 概要

ベイズ推定による結果の解釈は、分布の区間として直接的な解釈ができるため、帰無仮説検定で用いていたような「差があると言って間違っている確率」という持って回った言い回しを必要としない。ここではまず区間推定を行い、判断基準としての帰無仮説・対立仮説の導入という従来法による群間差の判断原理を再確認する。つづいてベイズ法による区間推定と、区間を使ってどのような判断が可能なのか (HDI 区間, ROPE による判断) を考える。また、帰無仮説検定が二つのモデルの比較であったことを思い出し、ベイズ流のモデル比較であるベイズファクターについて考える。ベイズファクターの計算には周辺尤度が必要であるが、サヴェージ・ディッキーマ法をつかうとその簡便的な計算が可能であることにも触れる。

27.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

ベイズ法と帰無仮説検定 ベイズ法による事後分布を用いた区間推定は、信用区間ではなく確信区間であり、区間が分布の情報を含んだものであること、母数に対する確信度であることを確認する。一方で、モーメント法での推定は母数を含んでいると判断すると、当たっている確率としての幅であり、判断そのものは当たっているか外れているかの 0/1 判断である。同様のことが帰無仮説検定における判断にも言える。改めて帰無仮説検定の判断ロジックを確認しておく。

→ 豊田 (2016) の P.42–43.

区間による判定 ベイズ法を用いて群間差を評価する方法として、区間推定の結果を用いる ROPE を使う方法について解説する。区間が母数の分布を含んでいるために判断がしやすい反面、明確な基準がなく、また ROPE をどのように設定するのかについてはドメイン知識が必要になることが難点であるが、これはそもそも従来法でも考えるべき問題であった。またベイズ法による事後分布は一つに限定されるので、多重比較の問題が生じないことにも触れる。

→ Kruschke (2014) の P.303–334

ベイズファクター ベイズ法によるもう一つの判断方法は、帰無仮説検定と同じくモデル比較の観点から考えることである。ベイズファクターは周辺尤度の比からいずれのモデルがデータに支持されているかを表す指標であり、帰無仮説モデルと対立仮説モデルをこれで比較することによって、どちらがよりデータに適合したモデルであるかを評価することができる。特徴として、帰無仮説のような Null 仮説を積極的に支持することができる点がある。そもそも帰無仮説モデルが対立仮説モデルに比べて非常に限定的であること、ネストされたモデルであることを指摘し、このような場合はサヴェージ・ディッキーマ

法で比較できることを解説する。

→ [Lee and Wagenmakers \(2013\)](#) の P.88–103.

27.1.4 キーワード

- 標本分布と事後分布
- 区間推定と点推定
- ベイズファクター
- サヴェージ・ディッキーマン法

27.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5;心理学統計法; (1) 心理学で用いられる統計手法; J より高度な記述や推定を目指して

27.2.1 予習・復習課題

■予習 帰無仮説検定の前段階である、母数の区間推定について改めて理解しておく。また帰無仮説検定が推定結果からある種の判断を行うためのツールであったこと、科学的探究のためには必ずしも 0/1 の判断結果に陥る必要がないことを確認しておく。

■復習 帰無仮説検定の時と違って、どのような結論の出し方や解釈の仕方になるのか、しっかり理解しておこう。統計ツールとして R のほかに JASP が導入される。JASP は 2021 年 12 月現在でもバージョン 1.0 に満たないソフトウェアではあるが、ベイズ法と従来法を並列的に活用できるツールであるので、興味があれば自分の PC にダウンロードして試してみるのも良いだろう。

28 JASP によるベイズ推定の実践

28.1 授業内容

28.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [14] モデル [15] 推測・推定 [9] 検定 [6] 実践 [6]

28.1.2 概要

ベイズ統計を用いた考え方は、従来の推定やモデル比較と異なる観点からのアプローチができるようになる。もっとも原理的に優れたものであっても、実践できないのであれば絵に描いた餅にすぎない。JASP の登場により、GUI で比較的簡単にベイズ法による分析、実践を行うことが可能になった。ここでは JASP の導入と、JASP による回帰分析、帰無仮説検定を行い、従来法とベイズ統計とでどのような違いがあるのかを演習的に学ぶ。なお、JASP のバージョンは本シラバス執筆時点^{*6}で ver.0.16 であり、未だ発展途上で急速に開発が進んでいる段階であるため、表示や操作の方法が今後変更になる可能性が高いことに留意する。

28.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

ベイズ推定の方法 ベイズ推定を実際に計算するためには、解析的な方法やグリッドサーチ、そして MCMC による推定方法が必要になる。とくにマルコフチェーン・モンテカルロ法は、困難であったベイズ推測を可能にした技術的ブレイクスルーであった。基本的なアイデアは、確率分布の形状を求める際に乱数を使って近似するということである。単純な乱数を用いた例から、これによる確率分布の近似と積分計算の簡略化ができることを理解し、事後分布の相対的な形状近似ができるようになったことを学ぶ。その上で、便利なアプリケーションである JASP の紹介を行う。

→ [Kruschke \(2014\)](#) の 7 章, [馬場 \(2019\)](#)P.62-76

JASP の導入 JASP のインストールと起動、その基本的な特徴の解説など導入する演習を行う。各自の PC に JASP 環境を導入し、サンプルコードを開いて記述統計量やプロットを描く。現段階^{*7}では JASP を用いたテキストや解説書は少ないが、標準的なアプリケーションの導入で対応できるため、初学者にもその障壁は低いと考えられる。

JASP による回帰分析 JASP の特徴の一つは、従来法とベイズ法が同じメニューから並列的に利用できることである。ここでは回帰分析を例に、最尤法とベイズ法で結果の表示の違いや解釈の方法について見ていく。

JASP による平均の比較 一要因二水準、一要因三水準の平均の比較について、従来法とベイズ法の両方を JASP で実践する。帰無仮説検定における p 値の解釈と、ベイズ法におけるベイズファクターでの評価それぞれについて、演習的に学ぶ。

^{*6} 2021 年 12 月 11 日

^{*7} 2021.12.01 現在

28.1.4 キーワード

- MCMC 法
- JASP
- BF

28.2 授業情報

■コマの展開方法 演集

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5; 心理学統計法; (1) 心理学で用いられる統計手法; J より高度な記述や推定を目指して

28.2.1 予習・復習課題

■予習 本講では新しい統計ソフト, JASP が導入される。授業開始前に JASP を自らの PC にインストールし, 起動するかどうかを確認しておこう。

■復習 これまでのデータ分析は R で行ってきたが, 同じデータを JASP で行えばどうなるのか, 進んで実行してもらいたい。また JASP にはサンプルコードや OSF との連携機能も含まれているので, これら既存のデータを使って JASP がどのような振る舞いをするのか, さまざまに試してみると良いだろう。

29 Rによるベイズ推定

29.1 授業内容

29.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

記述統計 [3] 確率 [15] モデル [16] 推測・推定 [10] 検定 [6] 実践 [7]

29.1.2 概要

JASPによるベイズ推測は、GUIで非常に簡便に行うことができた。Rでももちろんベイズ統計を扱うことができるが、初学者にはその準備に障壁がある。まず実践的なベイズ統計の場合は、MCMC法を利用することになるが、このMCMC法の概要について理解する。その上で、このMCMC法を可能にした確率的プログラミング言語、JAGSやStanを導入する。これらの言語を利用するには、インストールの際に困難を伴う可能性があり、またプログラミング言語で記述するのも初学者には敷居が高く感じられるところである。そこでStanをバックエンドで利用するパッケージ、brmsを導入する。Rパッケージのbrmsを使うと、一般線形モデルが簡単に実装できる。関数名がlmからbrmに変わるだけで、MCMCをつかった線形モデルのベイズ推定を行うことができ、またその結果の可視化も簡単に行える。lm関数と同じく、説明変数を離散型(factor型)にしておくと、要因の効果の大きさが推定でき、brmsパッケージのmarginal_effect関数を使うと要因ごとに周辺化された結果も図示され、分かり易い。ベイズ統計学的アプローチを、絵に描いた餅にせず技術として習得することが狙いである。

29.1.3 コマ主題細目 (箇条書き)

回帰分析のベイズ推定 最も単純な例として、単回帰分析のベイズ推測をbrmsパッケージを使って行う。

brmsパッケージの導入にあたっては、Rtoolsというコンパイラを含んだ追加ツールの導入が必要であるため、これをインストールして環境を準備するところから始める。準備ができれば、データを読み込み、可視化し、brmsパッケージによって回帰分析を実行、その結果を確認する。コンパイルやMCMCサンプリングに少し時間がかかるが、計算機のアルゴリズムを思い出して優しい気持ちで待つ。

→ 馬場 (2019) の P.186–195.

モデルを用いた予測 回帰分析の結果をプロットし、確信区間をはじめ事後分布の可視化を行う。ベイズ推定の場合は結果が分布として得られるため、いかなる代表値も全情報の一部にすぎないことを確認する。続いて同じモデルを使った予測も図示する。確信区間と予測区間の幅がどうして異なるのか、モデルに基づいて理解する。

→ 馬場 (2019) の P.196–199.

MCMCを使った分析のレポート brmsはMCMC法によって近似的な解を得るものであり、その結果の報告には事後分布や確信区間だけでなく、事前分布やMCMCに必要な情報(バーンイン期間、サ

ンプル数, チェイン数, thinning の数) も記載する必要がある。ここではそれぞれについて解説し, 実際にレポートする練習を行う。

29.1.4 キーワード

- MCMC
- brms パッケージ
- ベイズ推定
- 事後予測分布\

29.2 授業情報

■コマの展開方法 講義

■標準シラバスにおける位置づけ 科目番号 5; 心理学統計法; (1) 心理学で用いられる統計手法; J より高度な記述や推定を目指して

29.2.1 予習・復習課題

■予習 ベイズ法による推定の実際は, パッケージを使って行われる。とくに brms パッケージは一般線形モデルのみならず, 一般化線形モデルのベイズ的实践に用いられるパッケージである。これを使った推定の良書として馬場 (2019) がある。この本は R や ggplot2 パッケージの使い方など, 一冊で統計分析ができるようになっているので, 今回の講義内容に合わせて事前に読んでおくことよ。

■復習 ベイズ法を使った心理学論文はまだ数が少ないが, 今後増えていくことが予見されている。レポートの方法についてもしっかり理解しておく必要がある。そのため, 授業時間内に課される課題を Rmd 形式で提出することが求められる。時間内に学んだ技術を用いて, レポートを提出すること。なおこのレポートの提出は前期の単位認定にあたっての必要条件であり, 基準に満たないレポートは再提出を求める。前期試験の前にパスすることが, 前期末試験を受験するための前提条件であることを承知しておくこと。

30 後期のテスト

30.1 授業内容

30.1.1 科目の中でこのコマの位置づけ

後期で学んできたことについて、基本的な知識、用語の理解、心理統計の基本的な考え方の筋道などを等テストをする。

30.2 授業情報

■コマの展開方法 マークシート式の試験を行う。問題数は 60-70 問程度である。

■諸注意

- 授業を行なっている教室で試験を実施する。着席場所は指定しないが、机の両端に座り、他の受験生と隣接しないようにする。
- 試験に際して資料等の持ち込みは認めない。
- 携帯電話、タブレット、PC など通信機能を有する機器の使用も認めない。
- (関数)電卓がなくても計算ができるよう工夫された出題をしているため、電卓などの使用も認めない。
- 受験者数を確定するため、当日は出席管理システムへの登録を行なってもらう。
- 不正行為を見つけた場合は即時退出を求め、単位を与えない。
- 試験会場に 20 分以上遅刻したものは受験を認めない。
- 試験開始から 30 分以上経過すると、希望者には退出を許可する。
- 退出に当たっては、質問用紙と解答用紙の両方を提出すること。
- マークシートへの回答であるため、鉛筆の利用が望ましい。
- マークをすべて塗りつぶしていないなど、読み取り上のエラーには対応しない。
- エクストラクレジットについての説明は別途行う。

引用文献

- 馬場 真哉 (2019). 実践 Data Science シリーズ R と Stan ではじめる ベイズ統計モデリングによるデータ分析入門 講談社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4065165369/>
- Giegrnzer, G. (2003). *Calculated Risks*: Brockman Inc. (ゲルト ギーゲレンツァー吉田 利子 (訳)(2003). 数字に弱いあなたの驚くほど危険な生活 - 病院や裁判で統計にだまされないために 早川書房)
- Grimm, L. G., & Yarnold, P. R. (1994). *Reading and Understanding Multivariate Statistics*: American Psychological Association. (グリム, L.G.・ヤーノルド, P.R. 小杉 考司・高田 菜美・山根 嵩史 (訳)(2016). 研究論文を読み解くための多変量解析入門 基礎篇: 重回帰分析からメタ分析まで 北大路書房), URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4762829404/>
- Grimm, L. G., & Yarnold, P. R. (2001). *Reading and Understanding More Multivariate Statistics*: American Psychological Association. (グリム, L.G.・ヤーノルド, P.R. 小杉 考司・高田 菜美・山根 嵩史 (訳)(2016). 研究論文を読み解くための多変量解析入門 応用篇: SEM から生存分析まで 北大路書房), URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4762829439/>
- 浜田 宏 (2018). その問題、数理モデルが解決します ベレ出版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4860645685/>
- 浜田 宏・石田 淳・清水 裕士 (2019). 社会科学のためのベイズ統計モデリング 朝倉書店, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4254128428/>
- 橋本 貴充・荘島 宏二郎 (2016). 実験心理学のための統計学 [心理学のための統計学 2]: t 検定と分散分析 誠信書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4414301882/>
- Healy, K. (2018). *Data Visualization: A Practical Introduction*: Princeton Univ Prpaperback ed. (キーラン・ヒーリー 瓜生 真也・江口 哲史・三村 喬生 (監訳)(2021). データ分析のためのデータ可視化入門 講談社)
- 平岡 和幸・堀 玄 (2009). プログラミングのための確率統計 オーム社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4274067750/>
- 石田 基広・石田 和枝 (2019). 女子高生乱子によるベイズ統計学入門講座: とある弁当屋の統計技師 (データサイエンティスト) 3 共立出版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4320113454/>
- 川端 一光・荘島 宏二郎 (2014). 心理学のための統計学入門 [心理学のための統計学 1]: ココロのデータ分析 誠信書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4414301874/>
- 菊池 聡 (2018). 心理学者は誰の心も見透かせるの?-学問と偽科学の違い 楠見 孝・日本心理学会 (編) 心理学って何だろうか?: 四千人の調査から見える期待と現実 (pp. 119-151) 誠信書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4414311217/>
- 小杉 考司 (2018). 言葉と数式で理解する多変量解析入門 北大路書房, URL: <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BB27527420>
- 小杉 考司 (2019). R でらくらく心理統計: RStudio 徹底活用 講談社, URL: <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BB27718917>

- Kruschke, J. (2014). *Doing Bayesian data analysis 2nd Edn.* New York: Elsevier 2nd ed. (クルシュケ, J.K 前田 和寛・小杉 考司 (監訳)(2017). ベイズ統計モデリング: R, JAGS, Stan によるチュートリアル 原著第 2 版 共立出版)
- 熊谷 龍一・荘島 宏二郎 (2015). 教育心理学のための統計学 [心理学のための統計学 4]: テストでココロをはかる 誠信書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4414301904/>
- Lambert, B. (2018). *A Student's Guide to Bayesian Statistics*: SAGE Publications Ltd 1st ed. URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/1473916364/>
- Lee, M. D., & Wagenmakers, E.-J. (2013). *Bayesian Cognitive Modeling: A Practical Course*: Cambridge University Press. (マイケル・D. リー・エリック・ジャン ワーゲンメイカーズ 井関 龍太 (訳)(2017). ベイズ統計で実践モデリング: 認知モデルのトレーニング 北大路書房), URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4762829978/>
- 松村 優哉・湯谷 啓明・紀ノ定 保礼・前田 和寛 (2021). 改訂 2 版 R ユーザのための RStudio [実践] 入門～tidyverse によるモダンな分析フローの世界 技術評論社
- 道又 爾 (2009). 心理学入門一歩手前 - 「心の科学」のパラドックス 勁草書房
- 皆本 晃弥 (2015). スッキリわかる確率統計: 一定理のくわしい証明つき 近代科学社
- 三浦 麻子 (2017). なるほど! 心理学研究法 (心理学ベーシック第 1 巻) 北大路書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4762829668/>
- 長沼 伸一郎 (2016). 経済数学の直観的方法 確率・統計編 (ブルーボックス) 講談社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4062579855/>
- 中西 大輔・今田 純雄・志和 資朗・古満 伊里・渡邊 芳之・三浦 麻子・小塩 真司 (編) (2015). あなたの知らない心理学 - 大学で学ぶ心理学入門 ナカニシヤ出版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4779509068/>
- 西内 啓 (2013). 統計学が最強の学問である ダイアモンド社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4478022216/>
- 西内 啓 (2017). 統計学が最強の学問である [数学編] - データ分析と機械学習のための新しい教科書 ダイアモンド社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4478104514/>
- 大芦 治 (2016). 心理学史 ナカニシヤ出版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/477951102X/>
- 大久保 街亜・岡田 謙介 (2012). 伝えるための心理統計: 効果量・信頼区間・検定力 勁草書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4326250720/>
- 大村 平 (2013). 実験計画と分散分析のはなし - 効率よい計画とデータ解析のコツ 日科技連出版社, 第 2 版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/481719457X/>
- 岡太 彬訓 (2008). データ分析のための線形代数 共立出版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4320018591/>
- 奥村 晴彦・瓜生 真也・牧山 幸史 (2018). R で楽しむベイズ統計入門 [しくみから理解するベイズ推定の基礎] (Data Science Library) 技術評論社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4774195030/>
- Rosling, H., Rosling, O., & Rönnlund, A. R. (2018). *Factfulness*: Brockman Inc. (ハンス・ロスリング ・オーラ・ロスリング ・アンナ・ロスリング・ロンランド 上杉 周作・関 美和 (訳)(2019). FACTFULNESS: 10 の思い込みを乗り越え、データを基に世界を正しく見る習慣 日経 BP 社)

- 清水 裕士 (2021). 心理学統計法 (放送大学教材 1638) 放送大学教育振興会
- 下山 晴彦 (2001). 臨床心理学研究の多様性と可能性 下山 晴彦・丹野 義彦 (編) 講座臨床心理学, 2(pp. 3-24) 東京大学出版会
- Stallman, R. M. (2003). *Free Software, Free Society: Selected Essays of Richard M. Stallman*: Free Software Foundation, Inc. (リチャード・M・ストールマン 長尾 高弘 (訳) フリーソフトウェアと自由な社会 アスキー), URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4756142818/>
- 高橋 康介 (2018). 再現可能性のすゝめ (Wonderful R 3) 共立出版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4320112431/>
- 豊田 秀樹・前田 忠彦・柳井 晴夫 (1992). 原因をさぐる統計学 - 共分散構造分析入門 講談社, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/406132926X/>
- 豊田 秀樹 (2015). 基礎からのベイズ統計学: ハミルトニアンモンテカルロ法による実践的入門 朝倉書店, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4254122128/>
- 豊田 秀樹 (2016). はじめての 統計データ分析 - ベイズ的〈ポスト p 値時代〉の統計学 - 朝倉書店, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4254122144/>
- 豊田 秀樹 (2017). もうひとつの重回帰分析 東京図書, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4489022697/>
- 山田 剛史・村井 潤一郎 (2004). よくわかる心理統計, やわらかアカデミズム・「わかる」シリーズ ミネルヴァ書房, URL: <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA68747748>
- 山内 光哉 (2010). 心理・教育のための統計法 サイエンス社, 第3版, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4781912354/>
- 野島 一彦・繁榎 算男・山田 剛史 (編) (2019). 心理学統計法 (公認心理師の基礎と実践 5) 遠見書房, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4866160551/>
- 安井 翔太 (2019). 効果検証入門～正しい比較のための因果推論／計量経済学の基礎 技術評論社
- 結城 浩 (2018). 数学ガールの秘密ノート/行列が描くもの (数学ガールの秘密ノートシリーズ) SBクリエイティブ, URL: <http://amazon.co.jp/o/ASIN/4797395303/>